۱۷/۵

نام و نام خانوادگی ...امیرمهدی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس ...دهم شنبه...

۲ الف) $y = 3x^2 - 2x = x(3x-2)$ $\Rightarrow x=0, x=\frac{2}{3}$

$a=3>0$

$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2\times 3} = \frac{1}{3}$ $\quad y_S = 3\times(\frac{1}{3})^2 - 2\times\frac{1}{3} = -\frac{1}{3} < 0$

ناحیه ۲: $x<0 \Rightarrow y>0$

ناحیه ۴: $0<x<\frac{2}{3} \Rightarrow y<0$

ناحیه ۱: $x>\frac{2}{3} \Rightarrow y>0$

ب) $y = -x^2+4x = -x(x-4)$ $\quad x=0$ یا $x=4$ $\quad a=-1<0$

از ناحیه ۳ عبور نمی‌کند

ناحیه ۱: $0<x<4 \Rightarrow y>0$

ناحیه ۳: $x<0 \Rightarrow y<0$

ناحیه ۴: $x>4 \Rightarrow y<0$

از ناحیه ۲ عبور نمی‌کند

۲ الف) $\Delta = b^2-4ac = 25-16 = 9$

$x = \frac{5\pm 3}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = 2$ $\quad a=4>0$

$x_S = \frac{-(-5)}{2\times 4} = \frac{5}{8}$ $\quad y_S = 4(\frac{5}{8})^2 - 5(\frac{5}{8}) = -\frac{9}{16}$

ناحیه ۱: $x>2 \Rightarrow y>0$

ناحیه ۲: $\frac{1}{2}<x<2 \Rightarrow y<0$

ناحیه ۳: $x<\frac{1}{2} \Rightarrow y>0$

۲×۲

$\Delta = 16+4\times(-1)\times(-1) = 12$ $\quad a=-1<0$

$x = \frac{-4\pm\sqrt{12}}{-2}$ $\quad x_1 = 2-\sqrt{3}$, $x_2 = 2+\sqrt{3}$

$x_S = \frac{-4}{2(-1)} = 2$ $\quad y_S = -4+8-1 = 3 > 0$

$y_S = \frac{-\Delta}{4a}$

$2-\sqrt{3} < x < 2+\sqrt{3} \Rightarrow y>0$ ناحیه ۱

$x>2+\sqrt{3} \Rightarrow y<0$ ناحیه ۴

$x<0 \Rightarrow y<0$ ناحیه ۳

۲ $x^2-x-3=0$

$\alpha+\beta = 1$

$\alpha\beta = -3$

الف) $\frac{\sqrt{13}}{13} = \frac{1}{\sqrt{13}}$

ب) $\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = 1-2(-3) = 7$

ج) $\alpha^3+\beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) = 1-3(-3)\times 1 = 10$

د) $(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = 13$

$\alpha-\beta = \sqrt{13}$

$\alpha^4-\beta^4 = (\alpha-\beta)(\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3) = \sqrt{13}\times 10 = 10\sqrt{13}$

$\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3 = 10-3 = 7$

$\alpha^2+\beta^2 = 7$

$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2 = 7-3 = 4$

$\alpha^2-\beta^2 = \sqrt{13}\times 4 = 4\sqrt{13}$

۱ $(x-1)(x^2-ax+a)$

$a^2-4a<0$ $\quad$ جواب $0<a\leq 4$

$x(x-4)<0$

$x^2-ax+a=0$

$\Delta<0 \Rightarrow a^2-4a<0 \Rightarrow 0<a<4$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$x(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$0<a<4$

حالت دوم: x^2-ax+a ریشه مضاعف

$a=4$ ← داشته باشد! $\quad x=2$

$0=9+4-12\alpha$

$\alpha^2-4\alpha+4=0$

$(\alpha-1)(\alpha-3)=0$

$\alpha = 1, 3$

$\alpha+\beta = 4 \Rightarrow \{\alpha,\beta\} = \{1,3\}$

$\alpha\beta = 3$ $\quad \frac{-9}{3} = 3$ $\quad a=9$

۲

$\alpha+\beta = \frac{12}{3} = 4$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha = 7$

$\beta = 4-\alpha$

$2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha = 7$

$2\alpha^2+16-8\alpha+\alpha^2-4\alpha = 7$

$\frac{a}{3} = \frac{-9}{3} = -3$

امیررضا محوزی

۶ (۱/۵)

$y = k(x-b)^2 + (b-2)$

$x_A + x_B = 2b$

$(2a+2) + (7-2a) = 2b$

$10 = 2b \quad b = 5$ ✓

$y_A = k(x_A - b)^2 + (b-2)$

$a - 2 = k((2a+2)-5)^2 + 3$

$a - 5 = k(2a-3)^2$

$a - 5 = 4k(a-1)^2$

$y = k(x-a)^2 + (a^2-2)$

$k(x-a)^2 = -2$

$k < 0$

سهمی رو به پایین مماس می‌شود

۷ (۲)

$\alpha + \beta = 1$

$\alpha\beta = -\frac{b}{a}$

$20\beta^2 + 20\alpha^2 + 30\beta^2 - 20\beta = 17$

$20[(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta] + 20(\beta^2 - \beta) = 17$

$2(1 + 2\frac{b}{a}) + 20\frac{b}{a} = 17$

$\frac{b}{a} = -\frac{1}{20}$

$(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$\alpha - \beta = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ✓

۸ (۲)

$y = k(x - x_V)^2 + y_V$

$y = k(x + \frac{1}{2})^2 + y_V$

$x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2} = k(0 + \frac{1}{2})^2 + y_V$

$y_V = \frac{3}{2} - \frac{k}{4}$

$\beta = k(1 + \frac{1}{2})^2 + y_V$

$\beta = \frac{9}{4}k + (\frac{3}{2} - \frac{k}{4}) = 2k + \frac{3}{2}$

$2k + \frac{3}{2} = 2\alpha + \frac{3}{2} \Rightarrow 16k = 8\alpha$

$k = \alpha$

$\frac{3}{2} = \alpha + \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = 0$

$\beta = 2k + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

$\alpha = \beta$ ✓

۹ (۲)

$x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -3 + \sqrt{9-a} \Rightarrow \alpha^2 = 10 - a - 6\sqrt{9-a} \\ \beta = -3 - \sqrt{9-a} \Rightarrow \beta^2 = 10 - a + 6\sqrt{9-a} \end{cases}$

$2\alpha^2 + 2\beta^2 = 90 \Rightarrow 20 - 2a + 12\sqrt{9-a} = 72 \Rightarrow 6\sqrt{9-a} = a + 26$

$\Rightarrow 36(9-a) = a^2 + 52a + 676 \Rightarrow a^2 + 16a - 36 = 0$

$\Rightarrow a = 2$ ✓

$6\sqrt{9-a} = 6\sqrt{7}$

۱۰ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = 0 \Rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 0 \Rightarrow \sqrt{\alpha\beta} = 0$

$\Rightarrow \delta + 2\sqrt{p} = 36p \Rightarrow \delta = 36p - 2\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{36}{36} - \frac{1}{3} = \frac{11}{12}$

$\Rightarrow \frac{m+15}{24} = \frac{11}{24} \Rightarrow m = -4$ $\quad mx^2 + 3x + 1 = -x^2 + 3x + 1 \Rightarrow p = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ ✓

۴- A و B هم‌عرض‌اند پس طول رأس سهمی‌ها برابر است:

$$x_S = b = \frac{7-2a+2a+3}{2} = 5 \rightarrow S(5,3)$$

سهمی‌ها A و B طبیعی‌اند:

$$\left.\begin{array}{l} 7-2a>0 \rightarrow a<3,5 \\ 2a+3>0 \rightarrow a>-1,5 \\ a-2>0 \rightarrow a>2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} a=3 \quad A(9,1) \quad B(1,1)$$

$$y-3 = a(x-5) \xrightarrow{(1,1)} a = -\frac{1}{8} \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y-3 = -\frac{1}{8}(x-5)^2$$

$$y-3 = -\frac{1}{8}(0-5)^2 \rightarrow y = -\frac{1}{8}$$

محل برخورد سهمی با محور عرض‌ها:

فاصله تا مبدا مختصات $\rightarrow \boxed{\frac{1}{8}}$