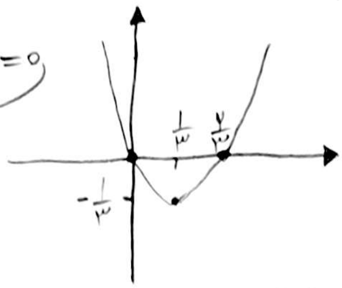
حسین لطیفی

1) الف)

$y=x(3x-2) \to x(3x-2)=0$

$x=0$ و $x=\frac{2}{3}$



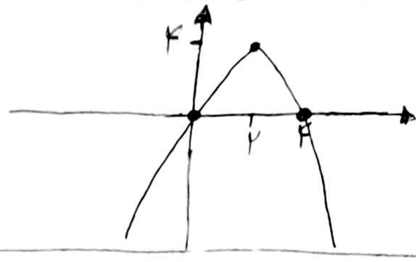
$x_s=-\frac{b}{2a}=\frac{1}{3}$

$y_s=-\frac{1}{3}$

از ناحیه ۳ نمی گذرد

ب)

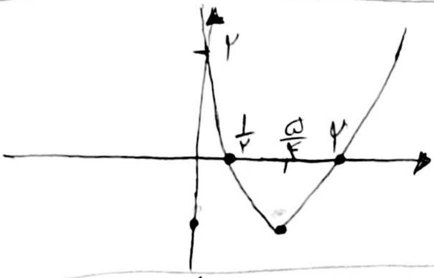
$-x^2+4x=0 \to x=0$ و $x=4$



$x_s=-\frac{b}{2a}=2$

$y_s=4$

2) الف)

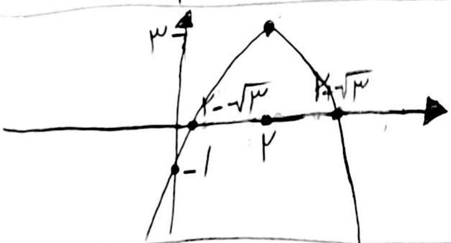


$2x^2-5x+2=0 \to x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$ و $x=2$

$x_s=\frac{5}{4}$ $\quad y_s=-\frac{9}{8}$

از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می گذرد

ب)



$-x^2+4x-1=0 \to x=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{-2} \to x=2-\sqrt{3}$ و $x=2+\sqrt{3}$

$x_s=2$

$y_s=3$

از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می گذرد

3) الف) $\frac{-\frac{b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}=\frac{1}{\sqrt{1+12}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $S^2-2P=(1)^2-2(-3)=7$

ج) $S^3-3PS=(1)^3-3(-3)(1)=10$

د) $(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)=(-\sqrt{\Delta})(S^2\underbrace{-2P+P}_{-P})=\sqrt{13}(1^2+3)=4\sqrt{13}$

4) $(x-2)(x^2-ax+a)=0 \to x=2 \Longrightarrow (x^2-ax+a) \to$ نباید ریشه داشته باشد $\to \Delta<0$

$a^2-4a<0$

$a(a-4)<0$

$-\infty$	0		4	$+\infty$
+	0	−	0	+

$a\in(0,4)$

5) $S=-\frac{b}{a}=\alpha+\beta=-\frac{-12}{3}=4 \to \boxed{\beta=4-\alpha}$

$2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha-7=0 \to 3\alpha^2-12\alpha+9=0 \xrightarrow{3x^2-12x+a=0} \boxed{a=9}$

جمع ضرایب $=0 \to \alpha_1=1$ و $\alpha_2=3$

$\frac{a}{\alpha_2}=\frac{9}{3}=$ برابر ۳

6) $x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{(7-2a)+(2a+3)}{2}=5 \to b=5$ و $y_s=b-2=3$

$7-2a>0 \to \frac{7}{2}>a$

$a-2>0 \to a>2$

$2a+3>0 \to a>-\frac{3}{2}$

$a\in\mathbb{N} \to a=3 \to A(9,1)$ و $B(1,1)$

if $x=1 \to a+b+c=1 \to c=1-a-b \to c=-\frac{1}{8}$

if $x=5 \to 25a+5b+c=3 \to 24a+4b=2$

if $x=9 \to 81a+9b+c=1 \to 80a+8b=0$

$\to a=-\frac{1}{8}$ و $b=\frac{5}{4}$

فاصله تا مبدا $=|c|=\boxed{\frac{1}{8}}$

(7

$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1 \rightarrow \boxed{\alpha = 1 - \beta}$

$۲۵\beta^۲ + ۲۵(1-\beta)^۲ - ۲۵\beta - ۱۷ = ۰ \longrightarrow ۲۵\beta^۲ + ۲۵\beta^۲ - ۲۵\beta + ۲۵\beta + ۲۵ - ۱۷ = ۰ \rightarrow ۵۰\beta^۲ - ۵۰\beta + ۲۵ = ۰$

$۲۵\beta^۲ - ۲۵\beta + ۵ = ۰ \div ۲۵$

$|\beta - \alpha| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۴۰۰ - ۸۰}}{۲۰} = \frac{۸\sqrt{۵}}{۲۰ \times ۵} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

(8

$x_S = -\frac{b}{۲a} = \frac{x_۱ + x_۲}{۲} = \frac{-۵+۱}{۲} = -۲ \rightarrow \boxed{b = ۴a}$

$y = ax^۲ + bx + c \longrightarrow -\frac{۱}{۲} = \underbrace{۴a}_{b} - ۲b + \frac{۳}{۲} \Rightarrow b = ۲,\ a = \frac{۱}{۲} \rightarrow y = \frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + \frac{۳}{۲}$

$B = \frac{۱}{۲}(۱)^۲ + ۲(۱) + \frac{۳}{۲} = \boxed{۴}$

$x = \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶ - ۴a}}{۲} = -۳ \pm \sqrt{۹ - a}$ → $\beta = -۳ + \sqrt{۹-a}$, $\alpha = -۳ - \sqrt{۹-a}$

(9

$۳(-۳ - \sqrt{۹-a})^۲ + ۲(-۳ + \sqrt{۹-a})^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \Rightarrow ۳(۹ + ۹ - a + ۶ - ۶\sqrt{۹-a}) + ۲(۹ + ۹ - a - ۶\sqrt{۹-a}) =$

$۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$ ←

$۵۴ - ۳a + ۱۸\sqrt{۹-a} + ۳۶ - ۲a - ۱۲\sqrt{۹-a} = ۹۰ - ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\boxed{a = ۱}$

(10

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵$ بتوان ۲ → $\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{۵\beta}} = ۲۵$

$\frac{\alpha + \beta}{۵\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{۲۵}} = ۲۵ \Rightarrow \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = ۱۳ \Rightarrow ۱۳ = m + ۱۴ \rightarrow \boxed{m = -۱}$

۱۲

$-x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \longrightarrow P = \frac{c}{a} = \boxed{-۲}$