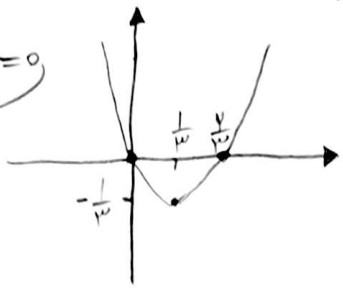
حسین لطیفی

(1

الف) $y=x(\frac{1}{2}x-2) \rightarrow x(\frac{1}{2}x-2)=0$

$x=0 \quad , \quad x=\frac{2}{\frac{1}{2}}$



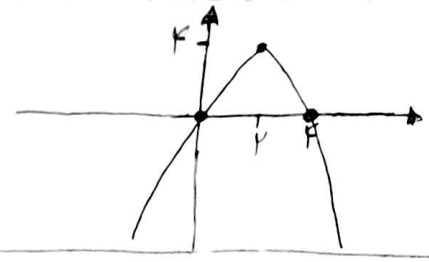
$x_S=-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$

$y_S=-\frac{1}{2}$

از ناحیه ۳ نمی گذرد ✓ (۲)

ب)

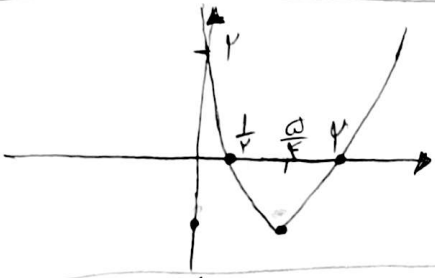
$-x^2+4x=0 \rightarrow x=0 \quad , \quad x=4$



$x_S=-\frac{b}{2a}=2$

$y_S=4$ ✓

(2 الف)



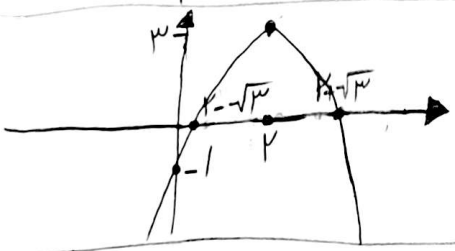
$2x^2-5x+2=0 \rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4} \Rightarrow x=\frac{1}{2} \quad , \quad x=2$

$x_S=\frac{5}{4}$

$y_S=-\frac{9}{8}$

(۲) از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می گذرد ✓

ب)



$-x^2+4x-1=0 \rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{-2} \rightarrow x=2-\sqrt{3}$ و $x=2+\sqrt{3}$

$x_S=2$

$y_S=3$

از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می گذرد ✓

(3

الف) ■ $\frac{-\frac{b}{a}}{\frac{-\Delta}{4a}}=\frac{1}{\sqrt{1+12}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$ ✓

ب) ■ $S^2-2P=(1)^2-2(-3)=7$ ✓

ج) ■ $S^3-3PS=(1)^3-3(-3)(1)=10$ ✓

■ $(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)=(-\sqrt{\Delta})(S^2-2P+P)=$

$-P$

$\sqrt{13}(1^2+3)=4\sqrt{13}$ ✓

(۲) (4

$(a-2)(x^2-ax+a)=0 \rightarrow x=2 \Longrightarrow (x^2-ax+a)$ نباید ریشه داشته باشد $\rightarrow \Delta<0$

حالت دوم: x^2-ax+a ریشه مضاعف

$a=4$ ← $x=2$ ریشه ! ← ریشه داشته باشد

$a^2-4a<0$

$a(a-4)<0$

$0<a<4$ جواب

✓ $a\in(0,4)$

(۱) (5

$S=-\frac{b}{a}=\alpha+\beta=-\frac{-12}{3}=4 \rightarrow \beta=4-\alpha$

$2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha-7=0 \rightarrow 3\alpha^2-12\alpha+9=0$ $\xrightarrow{3x^2-12x+a=0}$ $a=9$ ✓

جمع ضرایب $=0$ ← $\alpha_1=1$ و $\alpha_2=3$

$\frac{\alpha}{\alpha_2}=\frac{9}{3}=3$ برابر ✓

(۲) (6

$x_S=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{(7-2a)+(2a+3)}{2}=5 \rightarrow b=5, \ y_S=b-2=3$

$7-2a>0 \rightarrow \frac{7}{2}>a$

$a-2>0 \rightarrow a>2$

$2a+3>0 \rightarrow a>-\frac{3}{2}$

$a\in\mathbb{N}$ ← $a=3$ ← $A(9,1)$, $B(1,1)$

$if\ x=1 \rightarrow a+b+c=1 \rightarrow c=1-a-b \rightarrow c=-\frac{1}{8}$

$if\ x=5 \rightarrow 25a+5b+c=3 \rightarrow 24a+4b=2$

$if\ x=9 \rightarrow 81a+9b+c=1 \rightarrow 80a+8b=0$

$\rightarrow a=-\frac{1}{8}, b=\frac{5}{4}$

$|c|=\frac{1}{8}$ ✓ ← c همواره مثبت

$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1 \rightarrow \alpha = 1 - \beta$

(۲) 17

$۴۰\beta^۲ + ۲۰(1-\beta)^۲ - ۲۰\beta - ۱۷ = ۰ \longrightarrow ۴۰\beta^۲ + ۲۰\beta^۲ - ۴۰\beta - ۲۰\beta + ۲۰ - ۱۷ = ۰ \rightarrow ۶۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰$

$۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta + ۱ = ۰ \quad \div ۳$

$|\beta - \alpha| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۴۰۰ - ۸۰}}{۲۰} = \frac{۸\sqrt{۵}}{۲۰} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ ✓

(۲) 18

$x_S = -\frac{b}{۲a} = \frac{x_1 + x_۲}{۲} = \frac{-۵+۱}{۲} = -۲ \rightarrow b = ۴a$

$y = ax^۲ + bx + c \rightarrow -\frac{۱}{۲} = \underbrace{۴a}_{b} - ۲b + \frac{۳}{۲} \Rightarrow b = ۲,\ a = \frac{۱}{۲} \rightarrow y = \frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + \frac{۳}{۲}$

$B = \frac{۱}{۲}(۱)^۲ + ۲(۱) + \frac{۳}{۲} = ۴$ ✓

$x = \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶ - ۴a}}{۲} = -۳ \pm \sqrt{۹ - a}$ → $\beta = -۳ + \sqrt{۹-a}$, $\alpha = -۳ - \sqrt{۹-a}$

(۲) 19

$۳(-۳ - \sqrt{۹-a})^۲ + ۲(-۳ + \sqrt{۹-a})^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \Rightarrow ۳(۹ + ۹ - a + ۶ - ۶\sqrt{۹-a}) + ۲(۹ + ۹ - a - ۶\sqrt{۹-a}) =$

$۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۸۴ - ۳a + ۱۸\sqrt{۹-a} + ۳۶ - ۲a - ۱۲\sqrt{۹-a} = ۹۰ - ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$a = ۱$ ✓

(۲) 20

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵$ بتوان ۲ → $\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵$

$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{۳۶}} = ۲۵ \Rightarrow \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = ۱۳ \Rightarrow ۱۳ = m + ۱۴ \rightarrow m = -۱$ ✓

۱۲

$-x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \longrightarrow P = \frac{c}{a} = -۲$ ✓