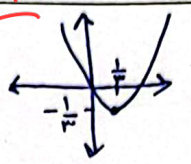
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

19

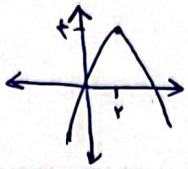
۱ (۲)

الف) $y = 3x^2 - 2x$ ← راس: $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$
- $a > 0$ ⇒ min دارد
- $\alpha\beta = 0$

⇒ 

از ناحیه سوم نمی‌گذرد ✓

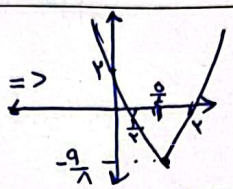
ب) $y = -x^2 + 4x$ ← راس: $(2, 4)$
- $a < 0$ ⇒ max دارد
- $\alpha\beta = 0$

⇒ 

از ناحیه دوم نمی‌گذرد ✓

۲ (۲)

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$ ← راس: $\left(\frac{5}{4}, -\frac{9}{8}\right)$
- $a > 0$ ⇒ min دارد
- $\alpha = 2$ ، $\beta = \frac{1}{2}$

⇒ 

از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد ✓

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$ ← راس: $(2, 3)$
- $a < 0$ ⇒ max ⇒
- عرض از مبدا $= -1$

از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می‌گذرد ✓

۳ (۲)

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{S}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{1+12}}{1}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \boxed{\frac{\sqrt{13}}{13}}$ ✓

ب) $\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P = (1)^2 - 2(-3) = \boxed{7}$ ✓

ج) $\alpha^3+\beta^3 = S^3 - 3SP = (1)^3 - 3(1)(-3) = \boxed{10}$ ✓

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha-\beta) = \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right)^3 + 3P\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) = 13\sqrt{13} + \overbrace{3(-3)(\sqrt{13})}^{-9\sqrt{13}}$

$= \boxed{4\sqrt{13}}$ ✓

۴ (۱)

با توجه به سوال اگر $y = \frac{(x-2)}{\star}\frac{(x^2-ax+a)}{0}$ محور xها را در یک نقطه قطع کند ⇐ تنها یک ریشه دارد که با توجه به ★ ۲ است و ۰ ریشه ندارد ⇐

$x^2 - ax + a = 0 \quad \Delta < 0$

$\Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow a(a-4) < 0$

	۰		۴	
	+	−	۰	+

$\Rightarrow \boxed{a : (0, 4)}$ ✓

حالت دوم: $x^2 - ax + a$ ریشه مضاعف

$\boxed{a = 4}$ ← داشته باشد! $x = 2$ ← $\cap$ ← جواب $0 < a \leq 4$

۵ (۲)

$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha \longrightarrow 3\alpha^2 - 12\alpha - a = 0 \xrightarrow{\alpha=1} a = -9$

$\xrightarrow{\alpha=3} a = -9$ ✓

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4a = 7 \Rightarrow 2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 7$

$2\alpha^2 + 16 - 8\alpha + \alpha^2 - 4\alpha = 7$

خلاصه بگیر ← $\alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0$

$\alpha \nearrow 1$ ← ریشه‌ها
$\searrow 3$ ✓

$\frac{a}{\text{ریشه بزرگتر}} = \frac{-9}{3} = \boxed{-3}$ ✓

۶ (۲)

$x_{ext} =$ محور تقارن $= \frac{7-2a+2a+3}{2} = 5 \Rightarrow b = 5$ ؛ y_{ext}: $b-2 = 3 \Rightarrow S:(5,3)$

مولفه طبیعی $\Rightarrow$ $a-2>0 \Rightarrow a>2$ ، $7-2a>0 \Rightarrow a<3/5$ $\}$ طبیعی $\Rightarrow a=3 \Rightarrow A:(9,1), B:(1,1)$

$\Rightarrow y = k(x-5)^2+3$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری } A}$ $1 = k(4)^2+3 \Rightarrow k = -\frac{1}{8}$ فاصله $= \frac{1}{8}$

$\Rightarrow y = -\frac{1}{8}(x-5)^2+3 = -\frac{1}{8}x^2+\frac{5}{4}x-\frac{25}{8}+3$ ($x^2+25-10x$)

حاصل جمع: $3-\frac{25}{8} = \frac{24-25}{8} = \boxed{-\frac{1}{8}}$ ✓

---

۷ (۲)

$\alpha+\beta = \frac{-(-a)}{+a} = 1 \Rightarrow \alpha = 1-\beta$ $40\beta^2+20\alpha^2-20\beta = 17$

$\Rightarrow 60\beta^2-60\beta+3=0 \Rightarrow 20\beta^2-20\beta+1=0$

$|x_2-x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(-20)^2-4(20)(1)}}{20} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$ ✓

---

۸ (۲)

$x_{ext} =$ محور تقارن $= \frac{-5+1}{2} = -2 \Rightarrow ext:(-2,-\frac{1}{2}) \Rightarrow y = a(x+2)^2-\frac{1}{2}$

$= ax^2+4ax+4a-\frac{1}{2}$ عرض از مبدا $\frac{3}{2}$ $\Rightarrow 4a-\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}$ به ازای $x=1$ و $x=-5$ برابر است:

$x=1$: $\frac{1}{2}+2+\frac{3}{2} = \frac{1+4+3}{2} = 4$

$x=-5$: $\frac{25}{2}-10+\frac{3}{2} = \frac{25-20+3}{2} = \boxed{4}$ ✓ → B دارد

---

۹ (۲)

$\alpha+\beta = -6$, $\alpha\beta = a$, $\Delta = 9-a$ $\Rightarrow \alpha \to -3-\sqrt{9-a}$, $\beta \to -3+\sqrt{9-a}$ $\Rightarrow \alpha = -3-k$, $\beta = -3+k$

$\Rightarrow \alpha^2 = 9+6k+k^2$, $\beta^2 = 9-6k+k^2 \Rightarrow 3\alpha^2+2\beta^2 = 3(9+6k+k^2)+2(9-6k+k^2) =$

$45+6k+5k^2 = 85+12\sqrt{2} \Rightarrow 5k^2+6k-40-12\sqrt{2} = 0$

$\xrightarrow{k=J\sqrt{2}} 5(2J^2)+6J\sqrt{2}-40-12\sqrt{2} = 0 \Rightarrow 10J^2-40+(6J-12)\sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow J = 2 \Rightarrow k = 2\sqrt{2} \Rightarrow k^2 = a-9 \Rightarrow \boxed{a=1}$ ✓

---

۱۰ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = 5$ ، $\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$ $\Rightarrow \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = \frac{5}{6} \xrightarrow{(\ )^2} \alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta} = \frac{25}{36}$

$\Rightarrow \frac{m+14}{36}+\frac{1}{3} = \frac{25}{36} \Rightarrow \frac{m+14+12}{36} = \frac{25}{36} \Rightarrow m+26 = 25 \Rightarrow m = -1$

حاصلضرب ریشه‌های معادله دوم $= \frac{2}{m} = \boxed{-2}$ ✓