پایان ترمی ۱۴,۲۵

۱) ۲

$x=-1$: $a-b+c=9$

$x=3$: $9a+3b+c=1$

$\Rightarrow 8a+8a=-8 \Rightarrow 16a=-8 \Rightarrow a=-\frac{1}{2} \Downarrow b=-1$

$\frac{-b}{2a}=-1 \Rightarrow b=2a$

$a-b+c=9 \Rightarrow -\frac{1}{2}+1+c=9$

$\frac{1}{2}+c=9 \Rightarrow c=\frac{17}{2}$

معادله: $-\frac{x^2}{2}-x+\frac{17}{2}=0$ ✓

۲) ۲

$\Delta = m^2-8m-48>0$

$64+192=256 \Rightarrow m=\frac{8\pm16}{2}=\{12, -4\}$

$\frac{-b}{a}>0 \Rightarrow -\frac{m}{2}>0 \Rightarrow m<0$

$\frac{c}{a}>0 \Rightarrow \frac{m+6}{2}>0 \Rightarrow m>-6$

$\Rightarrow -4>m>-6$ ✓

۳) ۱,۷۵

$\frac{1-2m}{3}=\frac{3}{2-m} \Rightarrow 2m^2-5m+2=9 \Rightarrow 2m^2-5m-7=0$

$\Delta=25+56=81 \qquad m=\frac{5\pm9}{4}=\{\frac{7}{2}\ ✓,\ -1\}$ غ ق ق $\rightarrow \Delta<0$

۴) ۲

$x_1+x_2=1 \qquad x_1x_2=-4 \qquad x_1^3+\frac{1}{x_2}=A \qquad x_2^3+\frac{1}{x_1}=B$

$A+B=\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}+x_2^3+x_1^3=\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}+x_1^3+x_2^3=13-\frac{1}{4}=\frac{51}{4}$

$AB=(\frac{1}{x_2}+x_1^3)(\frac{1}{x_1}+x_2^3)=\frac{1}{x_2x_1}+x_1^2+x_2^2+x_1^3x_2^3 \Rightarrow x_1^3x_2^3=-64$

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=1-(-8)=9 \Rightarrow AB=\frac{1}{4}\cdot9-64=-\frac{231}{4}$

معادلی جدید $= -4x^2+51x+231$ ✓

۵) ۰

$\sqrt[4]{x}=y \Rightarrow (y^2+\frac{1}{y^2}+1)(y^2+1)=2y=y^4+2y^2+2+\frac{1}{y^2}=2y$

$y^6+2y^4+2y^2+1=2y^3 \Rightarrow y^6+2y^4-2y^3+2y^2+1=0 \Rightarrow y^3+\frac{1}{y^3}+2(y+\frac{1}{y}-1)=0$

$\frac{1}{y}+y=u \Rightarrow 3u-u^3=\frac{1}{y^3}+y^3 \Rightarrow u^3-u-2=0 \Rightarrow u^3-3u+2u-2=0$

x^3-1

صورت و مخرج $\times \sqrt[3]{x^2} \rightarrow \frac{(\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{x^2}+1)(\sqrt[3]{x^2}-1)}{\sqrt[3]{x^2}}=2\sqrt[3]{x}$

$x^2-1=2x \rightarrow x^2-2x-1=0 \rightarrow S=2$

(۶ ۰/۷۵

$x_1 = ۳x_۲$

$x_1 + x_۲ = \frac{a}{۳} \,,\, x_1 x_۲ = \frac{۴}{۳}$

$۴x_۲ = \frac{a}{۳} \,,\, ۳x_۲^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow x_۲^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow x_۲ = \frac{۲}{۳} \,,\, x_1 = ۲$

$۲ - \frac{۲}{۳} = \boxed{\frac{۴}{۳}}$

(۷ ۲

$x = -t \quad y = (-t)^۲ a + (-t)(۳ + ۲a) = at^۲ - ۳t - ۲at$

$t > ۰$

$\frac{(۲a + ۳)^۲}{۴a} = y_{min}$

اگر $a > ۰$ α

اگر $a = ۰$ α

اگر $a < ۰$ $\longleftarrow$ $\alpha \; y \to -\infty$

جواب آخر برای هیچ مقدار a، ✓

(۸ ۲

طول رأس $= \frac{-b}{۲a}$ $\qquad -\frac{۲}{۲} = -\frac{a}{۲} \Rightarrow a = ۲$

$x^۲ + ۲x - ۲ = 1 \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = \begin{cases} 1 \\ -۳ \end{cases}$

$\Rightarrow b = ۴ \,,\, \boxed{ab = ۸}$ ✓

(۹ ۱/۷۵

$\frac{a}{۲} + \frac{a}{۲a} = 1 \qquad \frac{a}{۲} + \frac{1}{۲} = 1 \Rightarrow a = 1$

$\frac{-۶}{۲a} = \frac{-۶}{۲} = -۳ \Rightarrow \frac{b}{۲} = -۳ \Rightarrow b = -۶$

$\frac{ab}{۴} = \frac{-۶ \times 1}{۴} = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = \boxed{-۲}$

(۱۰ ۲

ریشه‌های معادله‌ی $Z \,,\, P : A = x^۲ + ۶x + m$

ریشه‌های معادله‌ی $K \,,\, P : B = x^۲ + ۲x - ۳m$

$\left.\begin{array}{l} S_A = P + Z \\ S_B = K + P \end{array}\right\} \Rightarrow S_A - S_B = Z - K$

$S_A = -۶ \,,\, S_B = -۲ \} \Rightarrow Z - K = -۲ - (-۶) = \boxed{۴}$

۹-

$$P = \alpha\cancel{\beta} = \cancel{3\alpha}\,\alpha^2 = \frac{4}{3} \rightarrow \alpha = \mp\frac{2}{3}$$

$$S = \alpha + \cancel{\beta} = \cancel{3\alpha} + 4\alpha = \frac{a}{3} \rightarrow \mp\frac{8}{3} = \frac{a}{3} \rightarrow \boxed{a = \mp 8}$$

اختلاف $= \boxed{16}$