پارسا صیادی — شماره تکلیف ۲۳ - دهم سیب A — 19,75

Subject: Date

$\frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow -2a = -b \Rightarrow 2a = b \rightarrow ax^2+bx+c = ax^2+2ax+c$ — ۱

$y = ax^2+2ax+c$ (۲)

$\begin{cases} 9 = a(-1)^2+2a(-1)+c \Rightarrow c-a=9 \\ 1 = a(3)^2+2a(3)+c \Rightarrow 15a+c=1 \end{cases} \Rightarrow 14a = -8$

$a = -\frac{4}{7} \rightarrow b = -1$

$c = \frac{17}{2}$

$ax^2+bx+c = -\frac{x^2}{2} - x + \frac{17}{2}$ ✓

$2x^2+mx+m+4=0 \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow m^2-4(2)(m+4)$ (۲) — ۲

$\Rightarrow m^2-8m-48 > 0 \Rightarrow (m-12)(m+4) > 0$

$S > 0 \Rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0$

$P > 0 \Rightarrow \frac{m+4}{2} > 0 \quad m > -4$

$m = \mathbb{R} - [-4, 12]$

$(m<0) \cap (m>-4) \cap (\mathbb{R}-[-4,12]) = (-4,-4)$ ✓

$3x^2+(2m-1)x+2-m=0$ — ۳ — فرض می‌کنیم ریشه‌ها α و β هستند.

$\alpha+\beta = \frac{1}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{1-2m}{3} = \frac{1}{\frac{2-m}{3}} \Rightarrow \frac{1-2m}{3} = \frac{3}{2-m}$ (۲)

$\Rightarrow 9 = 2-m-6m+2m^2 \Rightarrow 2m^2-5m-7=0 \rightarrow m^2-5m-14=0$

$(m-7)(m+2)=0 \rightarrow m \in \{7, -2\}$

$m=-2 \rightarrow 3x^2-3x+3$ دلتا را مثبت می‌کند

$m=7$ ✓

$x = x^2-4 \Rightarrow x^2-x-4 \rightarrow S_1 = 1 \;,\; P_1 = -4$ — ۴ — (۱٫۷۵)

$S_2 = x_1^3+\frac{1}{x_1}+x_2^3+\frac{1}{x_2} = \underbrace{x_1^3+x_2^3}_{S^3-3SP} + \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{(1)^3-3(1)(-4)}{-4} + \frac{1}{-4} = \frac{13}{4}$

$P_2 = \left(x_1^3+\frac{1}{x_1}\right)\left(x_1^3+\frac{1}{x_1}\right) = (x_1x_2)^3 + \underbrace{x_1^4+x_1^4}_{S^4-2P^2} + \frac{1}{x_1x_2} = -64+((1)^2-2(-4))^2 + \frac{1}{-4} = \frac{225}{4}$

دقت! -221

معادله جدید: $x^2 - \frac{13}{4}x - \frac{225}{4}$ — ۲۲۱

$\left(\sqrt[3]{x^2}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}-1\right) = 2\sqrt[3]{x} \xrightarrow{\sqrt[3]{x}=t} \left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)(t^2-1) = 2t$ — ۵ (۲)

$= t^4-t^2+1-\frac{1}{t^2}+t^2-1 = 2t \Rightarrow t^4-\frac{1}{t^2}-2t=0 \xrightarrow{\times t^2} t^6-2t^3-1=0$

$\xrightarrow{t=\sqrt[3]{x}} x^2-2x-1=0$

$x_1+x_2 = S = \frac{-b}{a} = \frac{2}{1} = 2$ ✓

۶- فرض می‌کنیم ریشه‌ها β و 3β هستند: $3x^2 - ax + 4 = 0$ (۲)

$P = 3\beta \times \beta = 3\beta^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \beta = \pm\frac{2}{3}$

$S = 4\beta \begin{cases} \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{a_1}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow a_1 = 8 \\ -\frac{8}{3} \Rightarrow \frac{a_2}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow a_2 = -8 \end{cases} \quad a_1 - a_2 = 16$

۷- چون سهمی عرض از مبدأ ندارد پس یکی یا هر دو ریشه صفر هستند و مسلماً Δ مثبت است و نیازی به بررسی ندارد. (۲)

$y = ax^2 + (3+2a)x$

$a > 0$

$S = -\frac{3+2a}{a} > 0$ ⟵ جدول علامت: $-\frac{3}{2}$ ، 0 : $-\ +\ -$ $\Rightarrow a = [-\frac{3}{2}, 0) \Rightarrow (a>0) \cap [-\frac{3}{2}, 0) = \varnothing$

۸- (۲)

$y = x^2 + ax - 2$, $y = -x^2 - 2x + b$ $\Rightarrow \frac{2}{-2} = -\frac{a}{2} \Rightarrow a = 2$

$1 = x^2 + 2x - 2 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+3) = 0$

چون دو نقطه از هر دو سهمی روی خط $y=1$ هستند در نتیجه این دو نقطه در دو سهمی مشترک بوده و در نتیجه سهمی $y = -x^2 - 2x + b$ باید به ازای $x=1$ و $x=-3$ ، $y=1$ تحویل بدهد:

$y = -x^2 - 2x + b \Rightarrow 1 = -1 - 2 + b \Rightarrow b = 4$

$1 = -9 + 6 + b \Rightarrow b = 4 \Rightarrow ab = 2 \times 4 = 8$

۹- (۲)

$2x^2 - ax + b = 0$ $\qquad$ $2ax^2 + ax - 6 = 0$

α, β $\qquad$ $\alpha - \frac{1}{2}, \beta - \frac{1}{2}$

$\alpha + \beta = \frac{a}{2}$ $\qquad$ $\alpha + \beta - 1 = -\frac{1}{2}$

$\alpha\beta = \frac{b}{2}$ $\qquad$ $(\alpha - \frac{1}{2})(\beta - \frac{1}{2}) = \alpha\beta + \frac{1}{4} - \frac{\alpha+\beta}{2} = -\frac{3}{a}$

$\frac{b}{2}$ ، $-\frac{a}{4} = -\frac{1}{4}$ ، -3

$\frac{a}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$

$\frac{b}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = -3 \Rightarrow b = -6$

$[\frac{ab}{4}] = [\frac{-6}{4}] = -2$

۱۰-

$x^2 + 2x - 3m = x^2 + 4x + m \Rightarrow 2x + 4m = 0 \Rightarrow x = -m \Rightarrow m \neq 0$ (۲)

$x^2 + 2x - 3m = 0$ پس یعنی هر دو معادله باید به ازای $x = -m$ صفر بدهند.

$\xrightarrow{x=-m} m^2 - 2m - 3m = 0 \Rightarrow m(m-5) = 0 \Rightarrow m = 0 \times,\ 5 \checkmark$

$x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3, -5$

$x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+5) = 0 \Rightarrow x = -1, -5$

$3 - (-1) = 4$