پایان ریاضی

۱) عدد آخر دسته نهم $= ۹^۲ = ۸۱$

عدد اول $= ۸^۲ + ۱ = ۶۵$

$\dfrac{\overset{۱۶}{۸۱ - ۶۵}}{۲} = ۸ = d$

$۶۵ + ۸ = \boxed{۷۳}$

---

۲) $[۱,۲,۳]$ ، $[۳,\dots,۹]$ ، $[۹,\dots,۲۷]$ ، $[۲۷,\dots,۸۱]$ ، $[۸۱,\dots,۲۴۳]$

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵

$\dfrac{(۸۱ + ۲۴۳) \times ۱۶۳}{۲} = ۲۶۴۰۶$

میانگین $= \dfrac{۲۶۴۰۶}{۱۶۳} = \boxed{۱۶۲}$

---

۳) $a_۱ = -۲ \times ۰ + ۴ = ۴$

$۲ ، ۵ ، ۸ ، ۱۱ ، \dots ، ۲۹ = ۳k + ۲$

$a_۲ = \left[\dfrac{۲}{۰ + ۲}\right] + ۴ = ۵$

$a_۲ + a_۵ + a_۸ + \dots + a_{۲۹}$

$\Downarrow$

$۵ + ۵ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ = ۱۰ + ۴۸ = \boxed{۵۸}$

---

۴) $\dfrac{۱}{\cancel{۷۰}} \times (-۱۴) = -\dfrac{۱}{۵}$ $\quad a_n = -\dfrac{n^۲}{۵} + bn + c$

$a_۵ = -۵ + ۵b + c = ۱۴ \Rightarrow ۵b + c = ۱۹$

$a_۷ = -۹\tfrac{۴}{۵} + ۷b + c = ۱۷{,}۲ \Rightarrow ۷b + c = ۲۷$

$۲b = ۲۷ - ۱۹ = ۸$

$\left.\begin{matrix} b = ۴ \\ c = -۱ \end{matrix}\right\} a_n = -\dfrac{n^۲}{۵} + ۴n - ۱$

$a_{۱۵} = -\dfrac{\overset{۴۵}{\cancel{۲۲۵}}}{\cancel{۵}} + ۶۰ - ۱ = ۱۴$

$a_۱ = -\dfrac{۱}{۵} + ۴ - ۱ = ۲\tfrac{۴}{۵}$

$\dfrac{a_{۱۵}}{a_۱} = \dfrac{۱۴}{\frac{۱۴}{۵}} = \boxed{۵}$

---

۵) $a_۲ = t_۴ \quad a_۷ = t_۸$

$d(t) = \dfrac{۵}{۴} d(a)$

$\dfrac{a_۷ - a_۲}{۵} = \dfrac{x}{۵} \qquad \dfrac{t_۸ - t_۴}{۴} = \dfrac{x}{۴}$

$d(a) = \dfrac{۴}{۵} d(t)$

$\cancel{۵} \times \dfrac{۴}{\cancel{۵}} d(t) = \boxed{۴d(t)}$

(6

$$9(a+2d)^2 = \cancel{9a^2} + \cancel{36ad} + \cancel{3a^2} + \cancel{3ad} \quad 2a^2 \quad ad \Big\} \Rightarrow 6d^2 = 2a^2 + ad$$

$a^2 \quad \cancel{6a^2+12ad+6d^2} \quad \cancel{3ad}$

$$6 = \frac{2a^2+ad}{d^2} = \frac{2a^2}{d^2} + \frac{a}{d}$$

$$\frac{a_4}{d} = \frac{a+3d}{d} = \frac{a}{d} + 3$$

$$\frac{a}{d} + 3 = t \Rightarrow 2t^2 + t = 6 \qquad \frac{-1 \pm \overset{7}{\sqrt{1+48}}}{4} = \begin{cases} \frac{6}{4} \\ -2 \end{cases}$$

$$2t^2 + t - 6 = 0$$

$$\frac{a_4}{d} = \begin{cases} \boxed{\frac{9}{2}} \\ \boxed{1} \end{cases}$$

(7

$b-d,\ b,\ b+d \qquad b,\ \frac{b-d}{2},\ \frac{b+d}{4}$

$$\frac{b^2+bd}{\cancel{4}} = \frac{b^2-2db+d^2}{\cancel{4}} \Rightarrow d^2 - 3bd = 0 \qquad d(d-3b)=0$$

$$\Rightarrow d - 3b = 0 \qquad d = 3b \qquad b,\ \frac{b-3b}{2},\ \frac{b+3b}{4} \Rightarrow b,\ -b,\ b \quad \times -1 \quad \times -1$$

$q = -1 \qquad \boxed{2q = -2}$

(8

$a, aq, aq^2 \qquad 3aq, 2a, aq^2 \Big\} \Rightarrow q^2 + 3q - 4 = 0$

$3aq + aq^2 = 4a \Rightarrow 3q + q^2 = 4 \qquad \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \begin{cases} 1 \times \\ -4 \checkmark \end{cases}$

$$\frac{aq^{\cancel{4}}}{\cancel{aq}} = q^3 = -4^3 = \boxed{-64}$$

(9

$$\frac{\cancel{a}q^2 q^2}{a^2 \cancel{a} q^2} + \frac{aq}{\cancel{a}a} = 2 \Rightarrow \frac{q^2}{a^2} + \frac{q}{a} = 2 \qquad \frac{a\cancel{a^2}}{\cancel{a}q} = \frac{a}{q}$$

$$\frac{q^2}{a^2} + \frac{q}{a} - 2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{q}{a}\right)^2 + \frac{q}{a} - 2 = 0$$

$$\frac{q}{a} = \frac{-1 \pm \overset{3}{\cancel{\sqrt{1+8}}}}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases} \Bigg\} \Rightarrow \frac{a}{q} = \begin{cases} \boxed{1} \\ \boxed{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$

(10

$a, aq, aq^2, aq^3, 27$

$$27 = 3^3 \Rightarrow q^4 = 81,\ a = \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{9}}$$