نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$\{1\}, \{2,3,4\}, \{5,6,7,8,9\}, \cdots \{45, \cdots, 81\}$ $\Rightarrow \frac{81+45}{2} = \frac{126}{2} = 63$

۲

$t_1 = \{1,2,3\}$ $t_2 = \{4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ $t_3 = \{13,14,\cdots,39\}$ $t_4 = \{40,41,\cdots,119,120\}$

$t_5 = \{121,122,\cdots,363\}$

$\frac{363+121}{2} = 242$

۳

$n=1 \xrightarrow{3k+1=k=0} a_1 = -2(0)+4 = 4$; $n=2 \xrightarrow{3k+2=k=0} a_2 = \left[\frac{2}{0+2}\right] + a = 1+a$; $n=3 \xrightarrow{3k=k=1} a_3 = 2^1 = 2$

$n=4 \xrightarrow{3k+1=k=1} a_4 = -2(1)+4 = 2$; $n=5 \xrightarrow{3k+2=k=1} a_5 = \left[\frac{5}{1+2}\right] + a = [1,66] + a = 1+a$

$n=6 \xrightarrow{3k=k=2} a_6 = 2^2 = 4$; $n=7 \xrightarrow{3k+1=k=2} a_7 = -2(2)+4 = 0$; $n=8 \xrightarrow{3k+2=k=2} a_8 = \left[\frac{8}{2+2}\right] + a = 2+a$

$n=9 \xrightarrow{3k=k=3} a_9 = 2^3 = 8$; $n=10 \xrightarrow{3k+1=k=3} a_{10} = -2(3)+4 = -2$

$4 + (1+a) + 2 + 2 + (1+a) + 4 + 0 + (2+a) + 8 + -2 = 19 \Rightarrow 22 + 3a = 19$ $\Rightarrow 3a = -3 \to a = -1$; $k=0 \to a_1 = 1-1 = 0$

$a_2 + a_5 + \cdots + a_{29}$ $a=-1 \Rightarrow a_n = \left[\frac{3k+2}{k+2}\right] - 1$ $\frac{3k+2}{k+2} = \frac{3(k+2)-4}{k+2} = 3 - \frac{4}{k+2}$; $k=1 \to 1-1=0$; $k \geq 2 \to 2-1=1$

$n=2 \to k=0$; $n=5 \to k=1$; $\cdots$; $n=29 \to 3k+2=29 \to 3k=27 \to k=9$; $0+0+(8\times 1) = 8$

جواب: ۸

۴

$a = \frac{1}{10} \times (-t_5) = \frac{1}{10} \times (-14) = -1.2$ $n=5$: $t_5 = -0.2(5)^2 + 5b + c = 14$

$-0.2(25) + 5b + c = 14 \to 5b + c = 19$

$t_7 = -0.2(7)^2 + 7b + c = 17.2$

$-9.8 + 7b + c = 17.2 \to 7b + c = 27$ $(7b+c) - (5b+c) = 27 - 19 \Rightarrow 2b = 8, b = 4$

$5(4) + c = 19 \Rightarrow 20 + c = 19 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow t_n = -0.2n^2 + 4n - 1$

$n=1 \to t_1 = -0.2(1)^2 + 4(1) - 1 = -0.2 + 3 = 2.8$

$n=10 \to t_{10} = -0.2(10)^2 + 4(10) - 1 \to t_{10} = -20 + 40 - 1 = 19$

$\frac{t_{10}}{t_1} = \frac{19}{2.8} = 5$

۵

$a_n = An + B$ $a_{10} = 0 \Rightarrow 10A + B = 0 \Rightarrow B = -10A \Rightarrow a_n = A(n-10)$

$x + 3d = a_4 = A(4-10) = -6A$ $x + 7d = a_7 = A(7-10) = -3A$

$(x+7d) - (x+3d) = -3A - (-6A)$ $4d = 3A \Rightarrow A = \frac{4}{3}d$

$a_{10} = A(10-10) = 3A \to a_{10} = 3\left(\frac{4}{3}d\right) = 4d \to \frac{a_{10}}{d} = \frac{4d}{d} = 4$

۶

$a_۲ = a+d \;,\; a_۳ = a+۲d$ $\quad ۶(a+d)^۲ = ۵a(a+۲d) + ۳a(a+d)$

$۶(a^۲+۲ad+d^۲) = ۵a^۲ + ۱۰ad + ۳a^۲ + ۳ad$

$۶a^۲ + ۱۲ad + ۶d^۲ = ۸a^۲ + ۱۳ad$

$\rightarrow ۲a^۲ + ad - ۶d^۲ = ۰ \xrightarrow[\frac{a}{d}=x]{d\neq ۰} ۲x^۲ + x - ۶ = ۰ \Rightarrow x = \begin{cases} ۱,۵ \\ -۲ \end{cases} \rightarrow \frac{a_۴}{d} = \frac{a+۳d}{d} = \frac{a}{d} + ۳ = \begin{cases} ۱,۵+۳ = ۴,۵ \\ -۲+۳ = ۱ \end{cases}$

۷

$۲b = a+c \Rightarrow c = ۲b-a \;,\; (\frac{a}{۲})^۲ = b \times \frac{c}{۴} \Rightarrow \frac{a^۲}{۴} = \frac{bc}{۴} \Rightarrow a^۲ = bc$

$a^۲ = b(۲b-a) \quad a^۲ = ۲b^۲ - ab \Rightarrow a^۲ + ab - ۲b^۲ = ۰ \rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \Rightarrow (x+۲)(x-۱) = ۰$

$\rightarrow x = ۱ \rightarrow a = b$ (غیرقابل قبول (متمایز))
$x = -۲ \rightarrow a = -۲b$

$q = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a}{b} = \frac{a}{۲b} \rightarrow q = \frac{-۲b}{۲b} = -۱$

$۲q = ۲ \times (-۱) = -۲$

۸

$a, b = aq, c = aq^۲$ $\quad ۲ \times (۲a) = c + ۳b \rightarrow ۴a = (aq^۲) + ۳(aq)$

$\xrightarrow{a\neq ۰} ۴ = q^۲ + ۳q \rightarrow q^۲ + ۳q - ۴ = ۰ \rightarrow (q+۴)(q-۱) = ۰ \Rightarrow q = \begin{cases} ۱ \text{ (غیرقابل قبول (متمایز))} \\ -۴ \end{cases}$

$q^{(۹-۶)} = q^۳ = (-۴)^۳ = -۶۴$

۹

$a_۱ = a \;,\; a_۲ = aq \;,\; a_۶ = aq^۵$ $\quad \frac{a_۶}{(a_۳)^۲} = \frac{aq^۵}{a^۲q^۴} = \frac{q^۳}{a^۲} = (\frac{q}{a})^۲$ $\quad \frac{a_۲}{(a)^۲} = \frac{aq}{a^۲} = \frac{q}{a}$

$\Rightarrow (\frac{q}{a})^۲ + (\frac{q}{a}) = ۲ \rightarrow (\frac{q}{a})^۲ + (\frac{q}{a}) - ۲ = ۰ \rightarrow (\frac{q}{a}+۲)(\frac{q}{a}-۱) = ۰ \Rightarrow \frac{q}{a} = \begin{cases} -۲ \\ +۱ \end{cases}$

$\frac{a^۲}{a_۲} = \frac{a}{q} = \frac{۱}{\frac{q}{a}} = \begin{cases} -\frac{۱}{۲} \\ ۱ \end{cases}$

۱۰

اگر $a_۳ = \sqrt{a_۴} \rightarrow a_۳ = x \;,\; a_۴ = xq$ $\quad x = \sqrt{xq} \Rightarrow x^۲ = xq \Rightarrow x = q$ (چون $x\neq ۰$)

$a_۳ = q \rightarrow a_۱q^۲ = \sqrt{a_۱q^۳} \Rightarrow (a_۱q^۲)^۲ = a_۱q^۳ \Rightarrow a_۱^۲q^۴ = a_۱q^۳ \rightarrow a_۱q = ۱ \Rightarrow a_۲ = ۱$

اگر $a_۵ = ۲۷ \rightarrow a_۵ = a_۳ \times q^۲ \xrightarrow{a_۳ = q} a_۵ = q \times q^۲ = q^۳ \quad q^۳ = ۲۷ \Rightarrow q = ۳$

$a_۱(۳) = ۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{۱}{۳} \Rightarrow$ جواب $= \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۳-۲}{۶} = \frac{۱}{۶}$