نام و نام خانوادگی: [نام] — شماره: ۱۷ — نام کلاس: دهم پسر A — ۱۷٫۲۵

۱ (۲)

1^2 ← پایان دسته اول — شروع دسته ۲ ← $1^2+1=2$

2^2 ← پایان دسته دوم — شروع دسته ۳ ← $2^2+1=5$

سوم ″ ← 3^2 — شروع دسته ۹ ← $8^2+1=65$

پایان دسته نهم ← $9^2=81$ — واسطه $=\frac{65+81}{2}=\frac{146}{2}=73$ ✓

۲ (۲)

عدد اول دسته بعد عدد آخر دسته قبل به علاوه یک است در واقع عدد آخر ←

$a_n=3(a_{n-1}+1)$

اولین عدد دسته پنجم $=120+1=121$

بزرگترین عضو دسته اول $=3$

دسته ۲ ″ ″ $=3(3+1)=12$

آخرین عدد دسته ۵ $=3(120+1)=363$

دسته ۳ ″ ″ $=3(12+1)=39$

$\frac{363+121}{2}=\frac{484}{2}=\boxed{242}$ ✓

دسته ۴ ″ ″ $=3(39+1)=120$

۳ (۱٫۲۵)

$n=1=3(0)+1 \Rightarrow k=0$

$a_1=-2(0)+\lvert 4\rvert=4$ ✓

$n=2=3(0)+2 \Rightarrow k=0$

$a_2=\left[\frac{2}{0+2}\right]+9=1+9$ ✓

$n=3=3(1) \Rightarrow k=1$ $a_3=2$

$n=4=3(1)+1 \Rightarrow k=1$

$a_4=-2(1)+4=2$ ✓

$a_5=\left[\frac{5}{1+2}\right]+9=1+9$ ✓

$a_6=2^2=4$ ✓

$a_7=-2(2)+4=0$ ✓

$a_8=\left[\frac{8}{2+2}\right]+9=2+9$ ✓

$a_9=8$ ✓

~~$a_{10}=2$~~

$S_{10}=220, \; 3a=14$

~~$a_{10}=4$~~

$3k=a_3, a_6, a_9, a_{12}, a_{15}, a_{18}, a_{21}, a_{24}, a_{27}$
$2+4+8+16+32+64+128+256+512=1022$

$3k+1=a_1, a_4, a_7, a_{10}, a_{13}, a_{16}, a_{19}, a_{22}$
$a_{25}, a_{28}=4+2+0+-2+-4+-6+-8+-10+-12+-14=-50$

جواب صفحه آخر...

جمله اول این دنباله a_0 و جمله آخرش a_9 است!

$3k+2=$ بقیه جملات $=0+0+1+1+1+1+1+1+1+1=8$

$S_{29}=1022+(-50)+8=$ ~~980~~

۴ (۲)

$a_5=14$

$a_7=17/2$

$\hookrightarrow an^2+Bn+C$

ضریب بزرگترین درجه $=a=\frac{-a_5}{7}=\frac{-14}{7}=-0/2$

$\begin{cases}5B+C=19\\7B+C=27\end{cases}$ $B=4$, $C=-1$

$n=5 \Rightarrow 25a+5B+C=14 \xrightarrow{a=-0/2} 5B+C=19$

$n=7 \Rightarrow 49a+7B+C \xrightarrow{a=-0/2} 49(-0/2)+7B+C=17/2$

$-9/8+7B+C=17/2$

$7B+C=27$

$a_1=a\cancel{n^2}+B\cancel{n}+C=$

$a+B+C=-0/2+4-1=2/8$

$a_{15}=225a+15B+C=$
$225(-0/2)+60-1$
$=-45+59=14$ $\frac{a_{15}}{a_1}=\frac{14}{2/8}=\boxed{5}$

۵ (۰)

A_4, A_8 ← دنباله حسابی $\Rightarrow d=\frac{A_8-A_4}{4}=\frac{4d}{4}=d$

x_2, x_7 ← الگوی خطی

$\to an+d \to 2n+d$
$7n+d$

$x_{15}=15n-10n=5n$

$x_{15}=x_7-x_2$

$x_7-x_2=5n$

$n=\frac{x_7-x_2}{5}$

$\frac{x_{15}}{d}=\frac{x_7-x_2}{\frac{A_8-A_4}{4}}=$ ~~$\frac{4(x_7-x_2)}{A_8-A_4}$~~

جواب نهایی؟!

$x_{10}=10n+d=0 \quad d=-10n$

$a_1=a \quad a_2=a+d \quad a_3=a+2d \quad a_6=a+5d$

$4a_2^2 = 5a_3a + 3a_2a$

$4(a+d)^2 = 5(a+2d)a + 3(a+d)a$

$4a^2+12ad+4d^2 = 5a^2+10d + 3a^2+3ad$

$4a^2+12ad+4d^2 = 8a^2+13ad$

$2a^2+ad-4d^2=0 \xrightarrow{\frac{a}{d}=x} 2x^2+x-4=0$

$\Delta = b^2-4ac = 1+4\times8 = 49$

$x = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x=-2 \quad x=\frac{3}{2}$

$\frac{a_3}{d} = \frac{a}{d}+3 = x+3$

$x=\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}+3=\frac{9}{2} \Rightarrow d$

$x=-2 \Rightarrow -2+3=1 \Rightarrow d$

(۲)

$\frac{a}{2}, \frac{c}{6}, \frac{a}{2}$

$\frac{a}{2}\cdot\frac{c}{6} = a^2 = bc \Rightarrow a^2 = (a+d)(a+2d) = a^2+3ad+2d^2$

$3ad+2d^2=0 \quad d(3a+2d)=0$

دو حالت دارد

حالت اول $d=0$ ← $r=\frac{a_2}{a}=\frac{1}{2}$ ← $2r=1$ ← $r=\frac{1}{2}$ چون تعداد جمله‌ها متناهی است

حالت دوم $d\neq0$ ← $3a+2d=0 \rightarrow a=-\frac{2d}{3}$ ← $b=a+d=\frac{d}{3}$ ← $r=\frac{a}{b}\cdot\frac{-d}{\frac{d}{3}}=-1$ ← $2r=-2$

(۲)

$b=aq \quad c=aq^2$

$2a-3b=c-2a$

$2a-3(aq)=aq^2-2a$

$4 = 3q^2+q^2 \rightarrow q^2+3q-4=0$

$(q+4)(q-1)=0 \Rightarrow q=1, q=-4$

$\frac{T_9}{T_4} = q^3 \rightarrow q=-4 \Rightarrow (-4)^3=-64$

$\rightarrow q=1 \Rightarrow (1)^3=1$ ✗

جواب نهایی -64

(۲)

$\frac{aq^9}{(aq)^3}+\frac{aq}{(a_1)^2} = \frac{a^2}{a^2}+\frac{q}{a} = 2$

$x=\frac{q}{a} \rightarrow x^2=\frac{q^2}{a^2} \rightarrow x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0 \Rightarrow x=1, x=-2$

$x=\frac{r}{q} \quad q=q \quad q=-2q$

$\frac{a_1^2}{a_2} = \frac{a^2}{2q} = \frac{a}{q}$

$\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$

$\frac{a}{a}=1$

(۲)

$a_1=a \quad a_n=aq^{n-1}$

$a_4=\sqrt{a_6}$

$aq^2=\sqrt{aq^3} \rightarrow (aq^2)^2=(\sqrt{aq^3})^2$

$\rightarrow a^2q^4=aq^3$

$a\neq0$

$aq^4=q^3 \Rightarrow q=\frac{1}{q}$

$a_5=27$

$q=\frac{1}{q}$

$a_5=\frac{1}{q}, q^4=27 \rightarrow q^3=27 \rightarrow q^3$

$a=\frac{1}{q}=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}$

(۲)

۳)

$a_0, a_3, a_6, a_9 \rightarrow$ ضابطه اول

$a_1, a_4, a_7 \rightarrow$ ضابطه دوم

$a_2, a_5, a_8 \rightarrow$ ضابطه سوم

$S_{10} = 1 + 4 + (1+a) + 2 + (1+a) + 4 + 0 + (2+a) + 8 = 19 \rightarrow a = -2$

جمع جملات خواسته شده از ضابطه سوم بدست میاد :

$a_n = \left[\frac{n}{k+2}\right] - 2 \xrightarrow{n=3k+2} \left[\frac{3k+2}{k+2}\right] - 2 = \left[2 + \frac{k-2}{k+2}\right] - 2 = \left[\frac{k-2}{k+2}\right]$ (میاد بیرون)

این عبارت به ازای $k = 0, 1$ برابر -1 و به ازای بقیه اعداد صفره پس جواب خواسته شده -2

---

۵)

$a_4 = b_2 \rightarrow a_1 + 3d = b_2$

$a_8 = b_7 \rightarrow a_1 + 7d = b_7 \rightarrow b_7 - b_2 = 4d$

$\xrightarrow{b \text{ خطی}} b_n = cn + k$

$b_7 - b_2 = 7c + k - (2c + k) = 5c$

$4d = 5c$

دنباله حسابی ← a

الگوی خطی ← b

$b_{10} = 0 \rightarrow 10c + k = 0 \rightarrow k = -10c$

$\frac{b_{15}}{d} = \frac{15c + k}{\frac{5}{4}c} = 4$ (با $k = -10c$)