۱۰,۷۵

آزاده صمدی

۱) ۲

a: $a_n = n^2 - 2n + 2 \to a_9 = 65$

b: $b_n = n^2 \to b_9 = 81$

$\Longrightarrow$ واسطه $= \frac{65+81}{2} = 73$ ✓

۲) ۲

$\{1, 2, 3, \dots\}$, $\{4, 5, 6, \dots\}$ ...

$\Longrightarrow a_? = 121 \Longrightarrow$ جمله‌ها $= \dots$ ✓

۳) ۰

جواب صفحه آخر ...

۴) ۲

$a_1 = \frac{1}{70} \times -14 = -\frac{1}{5} \Longrightarrow a_n = -\frac{n^2}{5} + bn + c$

$14 = -5 + 5b + c \to 19 = 5b + c$

$17/2 = -\frac{49}{5} + 7b + c \to 27 = 7b + c$

$\Longrightarrow b = 4 , c = -1 \Longrightarrow a_n = -\frac{n^2}{5} + 4n - 1$

$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{14}{\frac{14}{5}} = 5$ ✓

۵) ۱

$4d_a = 5d_b \to \frac{a + 5d_b}{d_a} = \frac{4d_a}{d_a} = 4$ ✓

راه حل؟! صفحه آخر برات نوشتم

۶) ۰

جواب صفحه آخر ...

۷) ۰,۲۵

$\frac{bc}{4} = \frac{a^2}{4} \to a^2 = bc$ ✓

$c + a = 2b$ ✓ $\Longrightarrow (2b-c)^2 = bc$

$4b^2 - 5bc + c^2 = 0 \to (b-c)(4b-c) = 0 \to \begin{cases} b = c \\ 4b = c \end{cases}$

سوال گفته متمایزند!

واسطه حسابی: $\frac{a+4b}{2} = b \to a = -2b$

دنباله هندسی: $b , -b , b \to q = -1 \to 2q = -2$

۸) ۰ — جواب صفحه آخر ...

۹)

$$\frac{aq^5}{a^3q^3}+\frac{q}{a}=2 \to \frac{q^2}{a^2}+\frac{q}{a}=2 \to \begin{cases} \frac{q}{a}=1 \to \frac{a_3}{a_2}=1 \\ \frac{q}{a}=-2 \to \frac{a_3}{a_2}=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

(۱,۵)

۱۰)

$a_5=27 \Rightarrow a_4=9 \;\text{و}\; a_3=3 \Rightarrow a_1=\frac{1}{3}$ ✓ $\quad \frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ ✓

(۳)

---

۱۲)

دسته پنجم

$\{1,2,3\},\{4,5,\dots,12\},\{13,14,\dots,39\},\{40,\dots,120\},\{121,\dots,363\}$

چون قدر نسبت جملات یکسانه میانگینشون برابر میانگین جمله اول و آخره!

$$\bar{X}=\frac{363+121}{2}=242$$

---

۴)

$$4(a+d)^2=5a(a+2d)+3a(a+d)$$

$$4a^2+12ad+4d^2=5a^2+10ad+3a^2+3ad \to 2a^2+da-4d^2=0$$

$$a=\frac{-d\mp\sqrt{d^2+48d^2}}{4}=\frac{-d\mp7d}{4}=\begin{cases} a=\frac{3d}{2} \\ a=-2d \end{cases}$$

$$\text{if}\quad a=\frac{3d}{2} \to \frac{a_4}{d}=\frac{\frac{9d}{2}}{d}=\frac{9}{2}$$

$$\text{if}\quad a=-2d \to \frac{a_4}{d}=\frac{d}{d}=1$$

۴)

$a\ ,\ b = aq\ ,\ c = aq^2$

دنباله حسابی: $3aq\ ,\ 2a\ ,\ aq^2 \longrightarrow$ واسطه: $\frac{3aq + aq^2}{2} = 2a$

$aq^2 + 3aq - 4a = 0 \longrightarrow (q+4)(q-1) = 0 \longrightarrow \begin{cases} q = -4 \\ q = 1 \ \times \end{cases}$ جملات متمایز

$\frac{a_9}{a_6} = q^3 = -64$

---

۵)

$a_4 = b_2 \rightarrow a_1 + 3d = b_2$

$a_8 = b_7 \rightarrow a_1 + 7d = b_7$ $\rightarrow b_7 - b_2 = 4d$

دنباله حسابی ← a

الگوی خطی ← b

$\xrightarrow{\text{خطی } b} b_n = cn + k$

$b_7 - b_2 = 7c + k - (2c + k) = 5c$

$4d = 5c$

$b_{10} = 0 \rightarrow 10c + k = 0 \rightarrow k = -10c$

$\frac{b_{15}}{d} = \frac{15c + k}{\frac{5}{4}c} = 4$ (with $k = -10c$)