پارسا ضیائی — شماره تکلیف ۱۷ - دهم پسر A — آفرین! ۱۹٫۲۵

Subject: Date

۱ـ (۲)

$\{1\}, \{2,3,4\}, \{5,6,7,8,9\}, \dots$

عدد آخر هر دسته: n^2 — دسته ۸ $= 8^2 = 64$ ، دسته ۹ $= 9^2 = 81$ $\Rightarrow$ دسته نهم: $\{65, 66, 67, \dots, 79, 80, 81\}$

$\frac{81+65}{2} = 73$ ✓

۲ـ (۲)

$\{1,2,3\}, \{4,5,6,7,8,9,10,11,12\}, \{13,\dots,39\}, \{40,\dots,120\}, \{121,\dots,363\}$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

میانگین اعداد دسته پنجم: $\frac{121+363}{2} = 242$ ✓

۳ـ (۳) ابتدا ۱۰ جمله اول دنباله را می‌نویسیم:

$1 + 4 + (1+a) + 2 + 2 + (1+a) + 4 + 0 + (2+a) + 8 = 19$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 19$

$\Rightarrow 25 + 3a = 19 \Rightarrow a = -2$

می‌دانیم عبارت $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ درواقع جمع ده جمله اول الگوی $n = 3k+2$ هستند، پس طبق این الگو حاصل را بدست می‌آوریم:

$(1+a) + (1+a) + (2+a) + (2+a) + (2+a) + (2+a) + (2+a) + (2+a) + (2+a) + (2+a)$

$a_2 \quad a_5 \quad a_8 \quad a_{11} \quad a_{14} \quad a_{17} \quad a_{20} \quad a_{23} \quad a_{26} \quad a_{29}$

$\Rightarrow 18 + 10a = 18 + 10(-2) = -2$ ✓

۴ـ (۲)

$a_n = an^2 + bn + c$ ، $\frac{1}{70}x - 14 = -\frac{1}{5}$

$\Rightarrow$ $-5 + 5b + c = 14 \Rightarrow 5b + c = 19$ ، $-9.8 + 7b + c = 17.2 \Rightarrow 7b + c = 27$ $\Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow c = -1$

$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{225 \times \frac{-1}{5} + 60 - 1}{-\frac{1}{5} + 4 - 1} = \frac{-45 + 60 - 1}{\frac{14}{5}} = \frac{14}{\frac{14}{5}} = 5$ ✓

۵ـ (۲)

$a_4 = b_2$ ، $a_8 = b_7$ $\Rightarrow \frac{d_a}{d_b} = \frac{\frac{a_8 - a_4}{4}}{\frac{a_7 - a_2}{5}} = \frac{5}{4} \Rightarrow d_b = 0.8 d_a$

$b_{10} = b_1 + 9d_b = 0 \longrightarrow b_1 + 9 \times 0.8 d_a = 0 \Rightarrow b_1 = -7.2 d_a$

$\frac{b_{15}}{d_a} = \frac{b_1 + 14 d_b}{d_a} = \frac{-7.2 d_a + 11.2 d_a}{d_a} = 4$ ✓

Subject: Date

۶- $۶(a+d)^۲ = ۵a(a+۲d) + ۳a(a+d)$

$\Rightarrow ۶a^۲+۱۲ad+۶d^۲ = ۵a^۲+۱۰ad+۳a^۲+۳ad \Rightarrow ۲a^۲+ad-۶d^۲=۰$ (۲)

$\downarrow a^۲+ad-۱۲d^۲=۰$

$\Rightarrow (a+۴d)(a-۳d)=۰$

$a \swarrow \frac{-۴d}{۲} = -۲d$ ✓ ۵

$\frac{۳d}{۲} = ۱,۵d$

$\frac{a_۴}{d}$

$\frac{a+۳d}{d} = \frac{-۲d+۳d}{d} = ۱$ ✓

$\frac{a+۳d}{d} = \frac{۱,۵d+۳d}{d} = ۴,۵$

۷- $a, b, c \rightarrow a+c=۲b \Rightarrow a=۲b-c$ (۲)

$b, \frac{a}{۲}, \frac{c}{۴} \rightarrow \frac{bc}{۴} = \frac{a^۲}{۴} \Rightarrow a^۲-bc=۰$

$\downarrow (۲b-c)^۲-bc=۰ \Rightarrow ۴b^۲-۵bc+c^۲=۰$ ۱۰

$a=۲b-c \swarrow \frac{۲\times\frac{c}{۴}}{۲}-c=-\frac{c}{۲}$ ✓

$۲c-c=c$ ✗ → حالات شایز هستند

$\Delta=(-۵c)^۲-۴(۴c^۲)=۹c^۲$

$b=\frac{۵c\pm\sqrt{۹c^۲}}{۸} \swarrow \frac{c}{۴}$ ✓

c ✗

$۲d = ۲\times\frac{\frac{a}{۲}}{b} = \frac{\frac{-c}{۴}}{\frac{c}{۴}}\times۲ = -۲$ ✓

۱۵

۸- $a, b, c \Rightarrow ac=b^۲ \rightarrow b^۲-ac=۰ \Rightarrow b^۲-a(۲a-۳b)=۰$ (۱,۵)

$۳b, ۲a, c \Rightarrow ۳b+c=۲a \Rightarrow c=۲a-۳b$

$\Rightarrow b^۲-۲a^۲+۳ab=۰$

$\Rightarrow (b+۲a)(b-a)=۰$

$c=۲a-۳b \swarrow ۲a-۳(-۲a)=۵a$ ~~۱۹a~~

$۲a-۳a=a$ ✗ → حالات شایز ان

$\Rightarrow b \swarrow -۲a$ ✓ از همینجا هم معلوم

a ✗

$q=\frac{c}{b}=\frac{۱۹a}{-۲a}=-۲ \rightarrow \frac{a_۹}{a_۴}=q^۳=-۸$

$q^۳=-۶۴$ بعد $q=-۴$ ۲۰

۹- $\frac{aq^۵}{(aq)^۳}+\frac{aq}{a^۲}=۲ \Rightarrow \frac{aq^۳q^۲}{a^۳q^۳}+\frac{aq}{a^۲}=۲ \Rightarrow \frac{q^۲}{a^۲}+\frac{q}{a}=۲ \Rightarrow q^۲+qa=۲a^۲$ (۱/۷۵)

$\Rightarrow q^۲+qa-۲a^۲=۰$

$\downarrow (q+۲a)(q-a)=۰ \rightarrow q \swarrow \begin{matrix}-۲a \\ +a\end{matrix}$ دقت!

$\frac{a^۲}{a_۲}=\frac{a^۲}{aq}$

$\frac{a^۲}{-a^۲}=+۱$

$\frac{a^۲}{۲a^۲}=\frac{۱}{۲}$

۲۵

۱۰- $a_۱q^۲=\sqrt{a_۱q^۳} \Rightarrow a_۱^۲q^۲=a_۱q^۳ \Rightarrow a_۱q=۱$ (۲)

$a_۱q^۴=۲۷ \Rightarrow a_۱q\times q^۳=۲۷ \Rightarrow ۱\times q^۳=۲۷ \Rightarrow q=۳ \Rightarrow a_۱=\frac{۱}{۳}$ ✓

$\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۶}$ ✓