$b=a+d$, $c=a+2d$, b , $\frac{a}{2}$, $\frac{c}{4}$ $\qquad \frac{\frac{a}{2}}{b}=\frac{\frac{c}{4}}{\frac{a}{2}} \to a^2=bc$ — ۷

$a^2=(a+d)(a+2d)=a^2+3ad+2d^2$ — به جای b و c مقدار از دنباله حسابی می‌گذاریم

$\Rightarrow 3ad+2d^2=0 \qquad d(3a+2d)=0 \to 3a+2d=0 \to d=-\frac{3}{2}a$

$\Longrightarrow 2d=2\left(-\frac{3}{2}a\right)=-3a$

$2a-c=3b-2a \to 2a-ar^2=3ar-2a \to ar^2+3ar-4a=0$ — ۸

$\to r^2+3r-4=0 \to (r+4)(r-1)=0 \to r=1$, $\boxed{r=-4}$

غ ق ق چون جمله ها مثبت نیست

$\frac{\text{جمله نهم}}{\text{جمله ششم}}=\frac{ar^8}{ar^5}=r^3 \to \boxed{(-4)^3=-64}$

$\frac{a_6}{(a_2)^3}+\frac{a_2}{(a)^2}=2 \qquad \frac{ar^5}{(ar)^3}+\frac{ar}{a^2}=2 \to \frac{r^2}{a^2}+\frac{r}{a}=2$ — ۹

$\Rightarrow 2a^2-ar-r^2=0 \qquad a=\frac{+r\pm\sqrt{r^2+8r^2}}{4} \to \begin{cases} a_1=r \Rightarrow a^2=r^2 \\ a_2=\frac{-r}{2} \Rightarrow a^2=\frac{r^2}{4} \end{cases}$

نسبت $\to \left\{ \frac{r}{a} \text{ یا } \frac{r}{4a} \right.$

$a_n=ar^{n-1} \Rightarrow a_3=ar^2$, $a_4=ar^3$, $a_5=ar^4=27$ $\qquad a_3=\sqrt{a_4}$ — ۱۰

$ar^2=\sqrt{ar^3} \to a^2r^4=ar^3 \to ar=1 \to \boxed{a=\frac{1}{r}}$ $\quad r=3 \to \frac{1}{r}=\frac{1}{3} \to \boxed{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}}$

آیین اشرفی گروه A تکالیف ۱۷

۱-

$\frac{81+65}{2}=73$ واسطه حسابی بین دو عدد

$n^2=9$ $n=9$ دسته نهم

جمله آخر هر دسته $=n^2$

جمله اول هر دسته $=(n-1)^2+1$

$(n-1)^2+1=(9-1)^2+1=65$

۲-

$\{1,2,3\}$ ، $\{4,5,6,\dots,12\}$ ، $\{13,\dots,39\}$ ، $\{40,\dots,120\}$ ، $\{121,\dots,363\}$

$\frac{121+363}{2}=242$

۳

$n=1 \xrightarrow{\text{رابطه دوم}} 3k+1=1 \quad k=0 \to a_1=-2k+4=4$

$a_2=2 \xrightarrow{\text{رابطه سوم}} n=3k+2 \quad 3k=0 \to a_2=a+1$

$n=3 \xrightarrow{\text{رابطه اول}} k=1 \quad \to a_3=2^k=2$

$n=4 \xrightarrow{\text{رابطه دوم}} 4=3k+1 \quad k=1 \to a_4=-2k+4=2$

$n=5 \xrightarrow{\text{رابطه سوم}} 5=3k+2 \quad k=1 \to a_5=\left[\frac{5}{2}\right]+a=1+a$

$n=6 \xrightarrow{\text{رابطه اول}} 6=3k \quad k=2 \to a_6=2^2=4$

$n=7 \xrightarrow{\text{رابطه دوم}} 7=3k+1 \quad k=2 \to a_7=0$

$n=8 \xrightarrow{\text{رابطه سوم}} k=2 \to a_8=2+a$

$n=9 \xrightarrow{\text{رابطه اول}} k=3 \to a_9=2^3=8$

$a_{10}=10 \xrightarrow{\text{رابطه دوم}} k=3 \to a_{10}=-2$

$a_1+a_2+\dots+a_{10}=4+a+1+2+2+a+1+4+0+a+2+8-2=19 \Rightarrow 3a=-3$

$\boxed{a=-1}$

$=a_2+a_5+\underbrace{a_8+a_{11}+a_{14}+\dots+a_{29}}_{\text{۸ تا } (2+a)}$

$(1+a)+(1+a)+(2+a)\times 8=18+10a \xrightarrow{a=-1}$

$=18+10(-1)=8$

در نظر داریم که در رابطه سوم

a_{11}: $11=3k+2 \quad k=3$

$\left[\frac{11}{3+2}\right]+a=2+a$

به همین ترتیب a_{14} و a_{17} و ... همه $(2+a)$ می‌شوند و بس:

۴-

دنباله درجه دوم an^2+bn+c مقدار جمله دوم $a=\frac{1}{2}(-14)=-0.2$

برای $n=5 \Rightarrow -0.2(5)^2+5b+c=14$

$n=7 \Rightarrow -0.2(7)^2+7b+c=17.2$

$\Rightarrow c=\boxed{-1}$

$t_n=-0.2n^2+4n-1$

جمله پانزدهم $t_{15}=-0.2(15)^2+60-1=14$

جمله اول $t_1=-0.2+4-1=2.8$

$\Rightarrow \frac{\text{جمله پانزدهم}}{\text{جمله اول}}=\frac{14}{2.8}=5$

۵-

$A_4=A_1+3r$ ، $A_8=A_1+7r$

جمله خطی دوم $=2m+b$ ، جمله خطی هفتم $=7m+b$ ، جمله خطی هم $=10m+b=0 \Rightarrow b=-10m$

$A_1+3r=2m+b$ ، $A_1+7r=7m+b \xrightarrow{b=-10m} 4r=5m \quad m=\frac{4}{5}r$

جمله پانزدهم $=15m+b=15m-10m=5m \xrightarrow{m=\frac{4}{5}r} \boxed{\frac{m}{r}=4}$

۶-

$6a_1^2+6d^2+12ad=5a_1^2+10ad+3a^2+3ad \Leftarrow 6(a_1+d)^2=5(a_1+2d)a_1+3(a_1+d)a$

$2a^2+ad=6d^2 \to 2a^2+ad-6d^2=0 \quad a=\frac{-d\pm\sqrt{d^2+48d^2}}{4}$

$\begin{cases} a=\frac{-8d}{4}=-2d \\ a'=\frac{6d}{4}=\frac{3}{2}d \end{cases}$

$\begin{cases} d=\frac{-a}{2} \\ d=\frac{2}{3}a \end{cases} \to a_4=a+3d \quad \frac{a+3d}{\frac{-a}{2}}=1 \ , \ \frac{a+3d}{\frac{2}{3}a}=\frac{9}{2}a$

$b=a+d$, $c=a+2d$, b , $\frac{a}{2}$, $\frac{c}{4}$ $\qquad \frac{\frac{a}{2}}{b}=\frac{\frac{c}{4}}{\frac{a}{2}} \to a^2=bc$ — ۷

$a^2=(a+d)(a+2d)=a^2+3ad+2d^2$ — به جای b و c مقدار از دنباله حسابی می‌گذاریم

$\Rightarrow 3ad+2d^2=0 \qquad d(3a+2d)=0 \to 3a+2d=0 \to d=-\frac{3}{2}a$

$\Longrightarrow 2d=2\left(-\frac{3}{2}a\right)=-3a$

$2a-c=3b-2a \to 2a-ar^2=3ar-2a \to ar^2+3ar-4a=0$ — ۸

$\to r^2+3r-4=0 \to (r+4)(r-1)=0 \to r=1$, $\boxed{r=-4}$

غ ق ق چون جمله ها مثبت نیست

$\frac{\text{جمله نهم}}{\text{جمله ششم}}=\frac{ar^8}{ar^5}=r^3 \to \boxed{(-4)^3=-64}$

$\frac{a_6}{(a_2)^3}+\frac{a_2}{(a)^2}=2 \qquad \frac{ar^5}{(ar)^3}+\frac{ar}{a^2}=2 \to \frac{r^2}{a^2}+\frac{r}{a}=2$ — ۹

$\Rightarrow 2a^2-ar-r^2=0 \qquad a=\frac{+r\pm\sqrt{r^2+8r^2}}{4} \to \begin{cases} a_1=r \Rightarrow a^2=r^2 \\ a_2=\frac{-r}{2} \Rightarrow a^2=\frac{r^2}{4} \end{cases}$

نسبت $\to \left\{ \frac{r}{a} \text{ یا } \frac{r}{4a} \right.$

$a_n=ar^{n-1} \Rightarrow a_3=ar^2$, $a_4=ar^3$, $a_5=ar^4=27$ $\qquad a_3=\sqrt{a_4}$ — ۱۰

$ar^2=\sqrt{ar^3} \to a^2r^4=ar^3 \to ar=1 \to \boxed{a=\frac{1}{r}}$ $\quad r=3 \to \frac{1}{r}=\frac{1}{3} \to \boxed{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}}$