۱)

الف) $۲۷^\circ \to rad \quad \frac{۲۷}{۱۸۰} = \frac{x}{\pi} \Rightarrow \frac{۳}{۲۰} = \frac{x}{\pi} \Rightarrow \boxed{x = \frac{۳\pi}{۲۰}}$

ب) $۱۲۵^\circ \to rad \quad \frac{۱۲۵}{۱۸۰} = \frac{x}{\pi} \Rightarrow \boxed{x = \frac{۲۵\pi}{۳۶}}$

ج) $\frac{۵\pi}{۱۲} rad \to$ درجه $\Rightarrow \frac{\frac{۵\pi}{۱۲}}{\pi} = \frac{x}{۱۸۰} \Rightarrow x = \frac{۵ \times ۱۸۰}{۱۲} = \boxed{۷۵^\circ}$

د) $\frac{۴\pi}{۹} rad \to$ درجه $\Rightarrow \frac{\frac{۴\pi}{۹}}{\pi} = \frac{x}{۱۸۰} \Rightarrow x = \frac{۴ \times ۱۸۰}{۹} = \boxed{۸۰^\circ}$

---

۲)

$\frac{\frac{۱۲۵a}{۹}}{۲۰۰} = \frac{D}{۱۸۰} \Rightarrow \frac{۵}{۷۲}a = \frac{D}{۱۸۰} \Rightarrow D = \frac{۵ \times ۱۸۰}{۷۲} = ۱۲/۵a \qquad \frac{\frac{a\pi}{۸}}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰} \Rightarrow D = ۲۲/۵a$

$۱۰a + ۱۲/۵a + ۲۲/۵a = ۱۸۰ \Rightarrow ۴۵a = ۱۸۰ \Rightarrow \boxed{a = \frac{۱۸۰}{۴۵} = ۴^\circ}$

---

۳)

الف) $\underbrace{\cos ۶۰^\circ \cos ۳۰^\circ}_{\frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}} - \underbrace{\sin ۶۰^\circ \sin ۳۰^\circ}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}} - \underbrace{\tan ۴۵^\circ}_{-۱} + \underbrace{۲\cot ۴۵^\circ}_{۲} = ۲ - ۱ = ۱$

ب) $\frac{\overbrace{\tan^۲ ۳۰^\circ}^{۱/۳} + \overbrace{\tan^۲ ۴۵^\circ}^{۱} + \overbrace{\tan^۲ ۶۰^\circ}^{۳}}{\underbrace{\cot ۳۰^\circ}_{\sqrt{۳}} - \underbrace{\cot ۶۰^\circ}_{\frac{۱}{\sqrt{۳}}}} = \frac{\frac{۱}{۳} + ۱ + ۳}{\sqrt{۳} - \frac{۱}{\sqrt{۳}}} = \frac{\frac{۱۳}{۳}}{\frac{۳-۱}{\sqrt{۳}}} = \boxed{\frac{۱۳\sqrt{۳}}{۶}}$

---

۴)

$\underbrace{-\sin ۳۰^\circ \cos ۶۰^\circ}_{-\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = -\frac{۱}{۴}} + \underbrace{\cos ۳۰^\circ \sin ۶۰^\circ}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳}{۴}} = \sin^۲\theta \Rightarrow \frac{۲}{۴} = \sin^۲\theta$

طبق صورت θ حاده است

$۱ + \cot^۲\theta = \frac{۱}{\sin^۲\theta} \Rightarrow ۱ + \cot^۲\theta = ۲ \Rightarrow \cot^۲\theta = ۱ \Rightarrow \tan\theta = -۱$ ✗ ، $\boxed{+۱}$ ✓

---

۵)

$\frac{۲\tan ۳۰^\circ (۱ - \tan^۲ ۳۰^\circ)}{(۱ - \cot^۲ ۶۰^\circ)^۲} = \tan\theta \Rightarrow \frac{\frac{۲}{\sqrt{۳}}(۱ - \frac{۱}{۳})}{(۱ - \frac{۱}{۳})^۲} \Rightarrow \frac{\frac{۲}{\sqrt{۳}}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{\sqrt{۳}}$

$\tan\theta = \frac{۳}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$ ✓ ، ۲۴۰° ✗

$\frac{۶۰}{۱۸۰} = \frac{x}{\pi} \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۳}}$

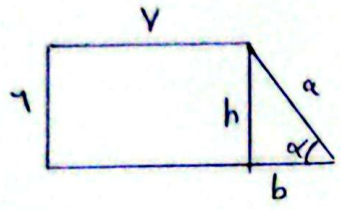
۶)

$$\frac{۲\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta-۲\cos\theta} \Rightarrow \frac{\frac{۱۵}{\sqrt{۲۶}}-\frac{۱}{\sqrt{۲۶}}}{\frac{۵}{\sqrt{۲۶}}-\frac{۵}{\sqrt{۲۶}}}=\frac{۱۴}{۱}=۱۴ \quad \text{یا} \quad \frac{\frac{-۱۵}{\sqrt{۲۶}}-\frac{-۱}{\sqrt{۲۶}}}{\frac{-۵}{\sqrt{۲۶}}-\frac{-۵}{\sqrt{۲۶}}}=\frac{-۱۴}{-۱}=۱۴$$

$$\tan\theta=۵ \Rightarrow ۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow ۱+۲۵=\frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow \cos\theta=\pm\frac{۱}{\sqrt{۲۶}} \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲۶}+\sin^۲\theta=۱ \Rightarrow \sin\theta=\pm\frac{۵}{\sqrt{۲۶}}$$

۷)

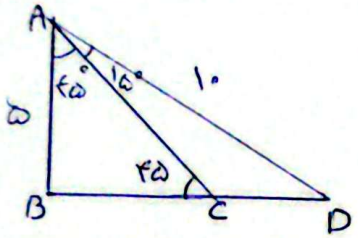


$$\sin\alpha=\frac{۶}{۱۰} \Rightarrow \frac{h}{a}=\frac{۶}{۱۰} \Rightarrow \frac{۶}{a}=\frac{۶}{۱۰} \Rightarrow a=۱۰$$

$$a=۱۰, h=۶ \Rightarrow b=\sqrt{۱۰^۲-۶^۲}=۸$$

$$\text{محیط}=۶+۷+۱۰+۸+۷=\boxed{۳۸}$$

۸)



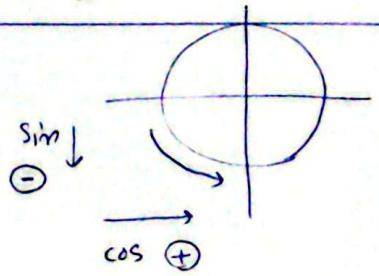
$$۴۵°+۱۵°=۶۰° \Rightarrow \sin۶۰°=\frac{BD}{۱۰} \Rightarrow BD=\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲}=۵\sqrt{۳}$$

$$AB=\sqrt{۱۰^۲-(۵\sqrt{۳})^۲}=\sqrt{۱۰۰-۷۵}=۵ \Rightarrow BC=۵$$

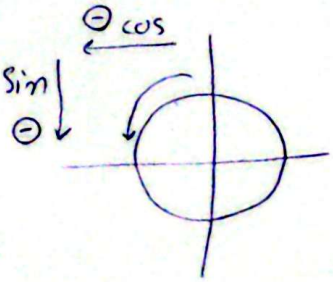
$$CD=BD-BC=\boxed{۵\sqrt{۳}-۵}$$

۹)

ربع سوم (الف



ربع دوم (ب



۱۰)

$$۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x} \Rightarrow ۱+\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{\cos^۲x} \Rightarrow \frac{۱۰}{۹}=\frac{۱}{\cos^۲x} \Rightarrow \cos^۲x=\frac{۹}{۱۰}$$

$$\sin^۲x+\cos^۲x=۱ \Rightarrow \sin^۲x+\frac{۹}{۱۰}=۱ \Rightarrow \sin^۲x=\frac{۱}{۱۰} \Rightarrow$$

$$\sin x \begin{cases} +\frac{۱}{\sqrt{۱۰}} & \times \\ -\frac{۱}{\sqrt{۱۰}} & \checkmark \end{cases}$$

x در ناحیه سوم $\sin x$ منفی