۱۹٫۲۵

نام و نام خانوادگی ...سامان سبحت اللهی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۵... کلاس دهم ریاضی A ...سنبه‌ها......

۱	$a + aq + aq^2 = 21 \Rightarrow a(1+q+q^2)=21 \Rightarrow \frac{4}{q}(1+q+q^2)=21$ ① $a \cdot aq \cdot aq^2 = 64 \Rightarrow a^3q^3 = 64 \Rightarrow (aq)^3 = 64 \Rightarrow aq = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{q}$ از معادلهٔ شماره ① $\Rightarrow 4(1+q+q^2) = 21q \Rightarrow 4 + 4q + 4q^2 = 21q$ $\Rightarrow 4q^2 - 17q + 4 = 0$; $q_1 = \frac{17+15}{8} = 4$; $q_2 = \frac{17-15}{8} = \frac{1}{4}$ ✓ چون q غیرصحیح است بنابراین مقدار آن $\frac{1}{4}$ می‌باشد.	۲
۲	$a_1 = x^2+4$, $a_2 = 2x$, $a_3 = x^2-2$ $a_2^2 = a_1a_3 \Rightarrow (2x)^2 = (x^2+4)(x^2-2) \Rightarrow x = -2$ یا 2 دو حالت برای q وجود دارد $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2x}{x^2+4}$ چون $q>0 \Leftarrow q = \frac{1}{2} \Leftarrow x = 2$ $a_1 = 8$, $r = \frac{1}{2}$, $x = 2$ $S_7 = \frac{8(1-(\frac{1}{2})^7)}{1-\frac{1}{2}} = 8 \times \frac{\frac{127}{128}}{\frac{1}{2}} = 15{,}875$ ✓	۲
۳	جملهٔ ۵ $= a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 \Rightarrow \underbrace{a}_{243}(\underbrace{1+q+q^2+q^3+q^4}_{\frac{121}{81}})$ $243 (\frac{121}{81}) = 363$ ✓	۲
۴	$a_1 = 1$, $a_7 = 64 \Rightarrow d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{63}{6} = 10{,}5$ $a_1\ a_2\ a_3\ (a_4)\ a_5\ a_6\ a_7$ $a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 1 + 3(10{,}5) = 32{,}5 = A$ $a_1 = 1$, $a_7 = 64 \Rightarrow a_7 = a_1r^6 \Rightarrow \frac{a_7}{a_1} = r^6 = \frac{64}{1} = 64 \Rightarrow 2^6 \Rightarrow r = 2$; $r=-2$ $B = a_1r^3 = 1 \times 2^3 = 8$; $B = -8$ $A + B = 32{,}5 + 8 = 40{,}5$ ✓ ; $A+B = 24{,}5$	۱٫۵
۵	$-24, -\frac{95}{4}, \dots \Rightarrow -24, -23{,}75$ ($+0{,}25$) ; $a_{101} = a_1 + 100d = -24 + 100 \times 0{,}25 = 1$ $a_1 = 128$, $a_8 = 1 \Rightarrow 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1$ ($\times \frac{1}{2}$) $r = \frac{1}{2}$ ✓	۲

۶ (۲)

$a_n = a_۱ + (n-۱)d$

$a_۳ = a_۱ + ۲d$

$a_۷ = a_۱ + ۶d$

$a_۹ = a_۱ + ۸d$

$b^۲ = ac \Longrightarrow (a_۷)^۲ = a_۳ \times a_۹ \Longrightarrow (a_۱ + ۶d)^۲ = (a_۱ + ۲d)(a_۱ + ۸d)$

$\Longrightarrow a_۱^۲ + ۱۲a_۱d + ۳۶d^۲ = a_۱^۲ + ۱۰a_۱d + ۱۶d^۲ \Longrightarrow ۱۲a_۱d + ۳۶d^۲ = ۱۰a_۱d + ۱۶d^۲$

$۲a_۱d + ۲۰d^۲ = ۰ \Rightarrow ۲d(a_۱ + ۱۰d) \Longrightarrow \boxed{d = -\frac{a_۱}{۱۰}}$ ✓ البته d می‌تواند صفر هم باشد. ✓

---

۷ (۲)

$a_n = a + (n-۱)d$

$a_۲ = a + d \,,\; a_۴ = a + ۳d \,,\; a_۸ = a + ۷d$

$(a_۴)^۲ = (a_۲)(a_۸)$

$\Longrightarrow (a + ۳d)^۲ = (a + d)(a + ۷d) \Longrightarrow a^۲ + ۶ad + ۹d^۲ = a^۲ + ۸ad + ۷d^۲$

$\Longrightarrow ۲d(a - d) = ۰ \Longrightarrow a_۲ = ۲d \,,\; a_۴ = ۴d \,,\; a_۸ = ۸d \Longrightarrow q = ۲$

$t_n = \frac{۱}{۴} \times ۲^{n-۱} \Longrightarrow t_{۱۰} = \frac{۱}{۴} \times ۲^۹ = \frac{۵۱۲}{۴} = \boxed{۱۲۸}$ ✓

---

۸ (۲)

$a, ar, ar^۲, ar^۳, \dots$

$۳ar$: سه برابر جمله‌ی دوم

$۲ar^۲$: دو برابر جمله‌ی سوم

$ar^۳$: جمله‌ی چهارم

$\Longrightarrow ۲ar^۲ = \frac{۳ar + ar^۳}{۲} \Longrightarrow ۴ar^۲ = ۳ar + ar^۳$

$\xRightarrow{\div ar} ۴r = ۳ + r^۲ \Longrightarrow r^۲ - ۴r + ۳ = ۰ \Longrightarrow (r-۱)(r-۳) = ۰$

r: ۱ ✗ غیرثابت ← غ ق ق ؛ $\boxed{۳}$ قابل قبول

$\boxed{r = ۳}$ ✓

---

۹ (۱٫۷۵)

$۲, ۱٫۷۵, \dots \Rightarrow ۲, \frac{۷}{۴}, \dots \Rightarrow d = -۰٫۲۵ \Longrightarrow a_n = ۲ - ۰٫۲۵(n-۱)$

$a_۴ = ۱٫۲۵ \,,\; a_۸ = ۰٫۲۵ \,,\; a_{۱۳} = -۱$

$a_{۱۳} + k \,,\; a_۸ + k \,,\; a_۴ + k \Longrightarrow (a_۸ + k)^۲ = (a_{۱۳} + k)(a_۴ + k)$

$(۰٫۲۵ + k)^۲ = (-۱ + k)(۱٫۲۵ + k) \Longrightarrow k = -۵٫۲۵$ ✓

$a_{۱۳} + k = -۶٫۲۵ \,,\; a_۸ + k = -۵ \,,\; a_۴ + k = -۴$

$r = \frac{-۵}{-۶٫۲۵} = \boxed{۰٫۸}$ ~~۰٫۸~~ برعکس! $r = \frac{-۶٫۲۵}{-۵} = \frac{۵}{۴}$

---

۱۰ (۲)

$t_۱ = a \,,\; t_۴ = ar^۳ \,,\; t_۷ = ar^۶ \Longrightarrow a + ar^۳ + ar^۶ = ۷۳$

$A_۱ = a \Longrightarrow A_۲ = a + d = ar^۳ \,,\; A_{۱۰} = a + ۹d = ar^۶$

$A_۲ = a + d = ar^۳ \Longrightarrow d = a(r^۳ - ۱) \Rightarrow d = ۱(۸-۱) = ۷$

$A_{۱۰} = a + ۹d = ar^۶ \Longrightarrow a + ۹a(r^۳ - ۱) = ar^۶ \Longrightarrow ۱ + ۹(r^۳ - ۱) = r^۶$

$r^۶ = x^۲ \,,\; r^۳ = x \Rightarrow ۱ + ۹(x - ۱) = x^۲ \Rightarrow x^۲ - ۹x + ۸ = ۰ \Longrightarrow (x-۱)(x-۸) = ۰$

① حالت $x = ۱ \,,\; r = ۱ \,,\; r^۳ = ۱ \,,\; d = ۰$ ✓

② حالت $r = ۲ \,,\; r^۳ = ۸ \rightarrow x = ۸ \longrightarrow a(۱ + ۲^۳ + ۲^۶) = ۷۳ \Longrightarrow a \cdot ۷۳ = ۷۳ \Longrightarrow a = ۱ \Rightarrow d = ۱(۸-۱) = ۷$ ✓