نام و نام خانوادگی ......حسین لطیفی...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....**

۱

$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۲۱ \Rightarrow a_۱(q^۲ + q + ۱) = ۲۱$

$a_۲^۳ = ۶۴ \Rightarrow a_۲ = ۴ \rightarrow a_۱ = \frac{۴}{q}$

$\Rightarrow ۲۱ = \frac{۴}{q}(q^۲ + q + ۱) \Rightarrow$

$۲۱q = ۴q^۲ + ۴q + ۴ \Longrightarrow ۴q^۲ - ۱۷q + ۴ = ۰ \xrightarrow{\text{روش روسی}} q^۲ - ۱۷q + ۱۶ = ۰ \Longrightarrow (q - ۱۶)(q - ۱) = ۰$

$q = \frac{۱۶}{۴} = ۴$ غ ق ق یا $q = \frac{۱}{۴}$ ✓ ⟵ غیرحسابی

۲

در دنباله‌ی هندسی $\longrightarrow a_۲^۲ = a_۱ \cdot a_۳ \longrightarrow ۴x^۲ = x^۴ + ۲x^۲ - ۸ \Rightarrow x^۴ - ۲x^۲ - ۸ = ۰$

$(x^۲ - ۴)(x^۲ + ۲) = ۰ \longrightarrow x = ۲$

$\longrightarrow x = -۲$ غ ق ق ~~چون~~ $\rightarrow q > ۰$

$q = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۲x}{x^۲ + ۴} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$ مجموع ۷ جمله اول $= ۸\left(\frac{۱ - (\frac{۱}{۲})^۷}{۱ - \frac{۱}{۲}}\right) = ۲^۴ \times \frac{۲^۷ - ۱}{۲^۷} = \frac{۱۲۷}{۸}$

۳

$۸۱ + ۸۱q + ۸۱q^۲ + ۸۱q^۳ + ۸۱q^۴ = ۱۲۱ \rightarrow \frac{a_۱}{۳} + \frac{a_۱ q}{۳} + \frac{a_۳}{۳} + \frac{a_۴}{۳} + \frac{a_۵}{۳} = ۱۲۱ \Rightarrow ۳۶۳$

۵ جمله اول

۴

$a_۴ = \frac{a_۷ + a_۱}{۲} = ۳۲\frac{۱}{۲}$

در دنباله حسابی

$t_۴ = \sqrt{t_۱ \cdot t_۷} = \sqrt{۶۴} = ۸$

در دنباله هندسی

$d = \frac{۶۳}{۶} = ۱۰\frac{۱}{۲}$

۵

$t_n = -۲۴ + (n - ۱)\frac{۱}{۴} \Rightarrow t_{۱۰۱} = -۲۴ + (\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}})\frac{۱}{۴} = ۱$

$d = +\frac{۱}{۴}$

$t_{۱۰۱} = a_۸ \Rightarrow ۱ = a_۸ = a_۱ \cdot q^۷ = ۱۲۸ \cdot q^۷ \Rightarrow q = \frac{۱}{۲}$

۶	$\underbrace{a_۱^۲+۱۰da_۱+۱۶d^۲}_{a_۳\cdot a_۹}=\underbrace{a_۱^۲+۳۶d^۲+۱۲da_۱}_{a_۷^۲}\Rightarrow ۲d(a_۱+۱۰d)=۰$ $a_۱=-۱۰d\Rightarrow d=-\frac{a_۱}{۱۰}$
۷	$\underbrace{a_۱^۲+۹d^۲+۶a_۱d}_{a_۴^۲}=\underbrace{a_۱^۲+۷d^۲+۸a_۱d}_{a_۲\cdot a_۸}\Rightarrow a_۱=d=\frac{۱}{۴}$ $t_{۱۰}=\frac{۱}{۴}\times q^۹=۲^۷\overset{q=۲}{=}\boxed{۱۲۸}$ $q=\frac{a_۴}{a_۲}=\frac{\frac{۴}{۸}}{\frac{۲}{۸}}=۲$ $\frac{t_۲}{t_۱}$
۸	$\underbrace{۳a_۱\cdot q+a_۱\cdot q^۳=۴a_۱\cdot q^۲}=q^۲-۴q+۳=۰\Rightarrow(q-۱)(q-۳)=۰$ $\Downarrow$ $q^۲+۳=۴q\Rightarrow q^۲-۴q+۳=۰$ $q=۱$ دنباله ثابت غ ق ق $q=۳$
۹	$a_n=\frac{۹}{۴}-\frac{۱}{۲}n$ $a_۴=\frac{۵}{۴}$ $a_۸=\frac{۱}{۴}$ $a_{۱۲}=-۱$ $q=\frac{-۱+x}{۱+x}=\frac{\frac{۱}{۴}+x}{\frac{۵}{۴}+x}\Rightarrow x^۲+\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow$ $x^۲+\frac{۱}{۴}x-\frac{۵}{۴}\Rightarrow x=-\frac{۲۱}{۴}$ $q=\frac{-۱+x}{۱+x}=\frac{-\frac{۲۵}{۴}}{-\frac{۲۰}{۴}}=\frac{۲۵}{۲۰}=\frac{۵}{۴}$
۱۰	$d=\cancel{a_۱}(q^۳-۱)=a_۱\underbrace{(q^۶-q^۳)}_{۸}\rightarrow ۸d\rightarrow a_{۱۰}-a_۷$ $۱\ a_۱(\underbrace{q^۶+q^۳+۱}_{۷۳})=۷۳\Rightarrow a_۱=۱$ $d=۱(۲^۳-۱)=\boxed{۷}$ $۸(\cancel{q^۳-۱})=q^۳(\cancel{q^۳-۱})\Rightarrow q=۲$