نام و نام خانوادگی: علی پوری ابدیق   کلاس: دهم سرا A   شماره: ۱۵

۱- $a-d$, a , $a+d$ از شرط مجموع $=21$: $a+(a+d)=21+(a-d)$ $3a=21$ $a=7$

شرط دوم: حاصل ضرب $=64$ $a\times(a+d)=64\times(a-d) \to a(a^2-d^2)=64$

$7d^2=64-343$ $7d^2=279$ گویا نیست $=d$

$3a+3d=21 \to a+d=7$ $a(a+d)(a+2d)=64$

جایگذاری: $a+d=7$; $a\times7\times(a+2d)=64$.

$d=7-a$ پس $a\times7\times(a+2(7-a))=64$ $a\times7\times(14-a)=64$

$98a-7a^2=64$ $7a^2-98a+64=0$ پس: $q+4+4q=21,4$

$q+4q=17,4$

$4q^2=17q+4$

$4q^2-17q+4=0$

$q=\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{8}=\frac{17\pm\sqrt{225}}{8}=\frac{17\pm15}{8}$

$q=4$

۲- $(2x)^2=(x^2+2)(x^2-2)$ $4x^2=x^4-2x^2+4x^2-8$

$4x^2=x^4+2x^2-8$ $x^4-2x^2-8=0$ تغییر: $y=x^2$

$y^2-2y-8=0$ $y=4$ یا $y=-2$ $x=\pm2$, $x^2=4$ چون $x^2>0$ و $y=x^2$ پس:

$a_1=4+4=8$ $a_2=4$ $a_3=2$ $q=\frac{1}{2}$ برابر $x=2$: ✓

$a_1=8$ $a_2=-4$ $a_3=2$ $q=-\frac{1}{2}$ برابر $x=-2$: ✗

مجموع جملات: $S_7=a_1\times\frac{1-q^7}{1-q}=8\times\frac{1-(\frac{1}{2})^7}{1-\frac{1}{2}}=8\times\frac{1-\frac{1}{128}}{\frac{1}{2}}=8\times\frac{\frac{127}{128}}{\frac{1}{2}}$

$S_7=8\times\frac{127}{128}\times2=\frac{127}{8}$

۳- $\frac{1-q^5}{1-q}=\frac{121}{81}$ $81(1-q^5)=121(1-q)$ $81-81q^5=121-121q$

$-81q^5+121q-40=0$ $81q^5-121q+40=0$

اگر $q=\frac{1}{3}$:

$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81} \Rightarrow a_1=243$ $a_2=243\times\frac{1}{3}=81$ $a_3=81\times\frac{1}{3}$

$=27\times\frac{1}{3}=9$ $a_5=9\times\frac{1}{3}=3$

$S_5=a_1\frac{1-q^5}{1-q}=243\times\frac{1-\frac{1}{243}}{\frac{2}{3}}=243\times\frac{242}{243}\times\frac{3}{2}=363$

۴- پیدا کردن A:

$a_1=1$ $a_7=a_1+6d$ $6d=63$

$a_7=64$ $A=a_4=a_1+3d=1+3\times\frac{21}{2}=1+\frac{63}{2}=\frac{2+63}{2}=\frac{65}{2}=32,5$

A

$a_7=1\times q^6$ $q^6=64$ $B=a_4=a_1\times q^3=1\times2^3=8$

B

پیدا کردن B:

$32,5+8=40,5=A+B$

جواب

۵- جمله‌های حسابی برابر a

$a_1 = -24 , a_2 = -\frac{95}{4}$ $\quad d = a_2 - a_1 = 0/25$

$a_{101} = a_1 + 100d = -24 + 100(0/25) =$

$-24 + 25 = 1 \quad a_{101} = c_8$

جمله‌های هندسی برابر c

$c_8 = 1 \quad c_1 = 128$

قدرنسبت $= r$

$c_8 = b_1 r^7 = 128 r^7 = 1 \quad r = (2^{-7})^{\frac{1}{7}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0/5$

-۶

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad (a_7)^2 = a_3 \times a_9 \quad a_3 = a_1 + 2d$

$a_7 = a_1 + 6d \quad a_9 = a_1 + 8d \quad (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d)$

$a_1^2 + 12a_1 d + 36d^2$ چپ ؛ $a_1^2 + 10a_1 d + 16d^2$ راست

$a_1^2 + 12a_1 d + 36d^2 = a_1^2 + 10a_1 d + 16d^2$ ساده ؛ $2a_1 d + 20d^2 = 0$

فاکتورگیری ؛ $2d(a_1 + 10d) = 0$

$a_1 + 10d = 0 \Rightarrow d = -\frac{a_1}{10}$ یا $d = 0$

-۷

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_2 = a_1 + d \quad a_4 = a_1 + 3d \quad a_8 = a_1 + 7d$

$(a_4)^2 = a_2 \times a_8 \quad (a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 7d)$

$a_1^2 + 6a_1 d + 9d^2$ چپ ؛ $a_1^2 + 8a_1 d + 7d^2$ راست

$\longrightarrow -2a_1 d + 2d^2 = 0 \quad d \neq 0 \quad d = a_1$

$a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 + (n-1)a_1 = n a_1 \quad a_2 = 2a_1 \quad a_4 = 4a_1$

$b_1 = \frac{1}{4} , \; b_2 = a_2 = 2a_1 , \; b_3 = a_4 = 4a_1 \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = r$

قدرنسبت

$r = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2a_1}{\frac{1}{4}} = 8a_1 \quad a_1 = b_4 \quad a_1 = \frac{1}{4} \quad r = 8a_1 = 2$

$b_n = b_1 \times r^{n-1} \quad b_{10} = \frac{1}{4} \times 2^9 = \frac{1}{4} \times 512 = 128 \quad \boxed{b_{10} = 128}$

قدرنسبت

۸- دنباله هندسی را با b_1 و قدرنسبت r می‌نامیم:

$b_1 , b_2 = b_1 r , b_3 = b_1 r^2$

$3b_2 , 2b_3 , b_4 \Rightarrow 2 \times (2b_3) = 3b_2 + b_4$

$2 \times (2b_1 r^2) = 3b_1 r + b_1 r^3 \quad 4r^2 = 3r + r^3 \quad r^3 - 4r^2 + 3r = 0$

$\Rightarrow r(r^2 - 4r + 3) = 0 \quad r = 0$ یا $\cancel{r = 1}$ یا $r = 3 \Rightarrow r = 3$ یا $r = 0$

چون دنباله ثابت می‌شود حذف می‌شود

$d = a_2 - a_1 = \frac{7}{4} - 2 = \frac{7}{4} - \frac{8}{4} = -\frac{1}{4} \quad a_n = 2 + (n-1)(-\frac{1}{4}) = 2 - \frac{n-1}{4}$

$a_4 = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \quad a_8 = 2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4} \quad a_{13} = 2 - \frac{12}{4} = 2 - 3 = -1$

$\frac{e_2}{e_1} = \frac{e_3}{e_2} = r$ قدرنسبت $\quad d_1 = a_4 + p = \frac{5}{4} + p \quad (\frac{1}{4} + p)^2 = (\frac{5}{4} + p) \times$

$T_1 = a_{13} + (-\frac{21}{4}) = -1 - \frac{21}{4} = -\frac{25}{4} \quad (-1 + p)$ جواب p

$t_2 = a_8 + \frac{-21}{4} = \frac{1}{4} - \frac{21}{4} = -\frac{20}{4} = -5$

$t_3 = a_4 + (-\frac{21}{4}) = \frac{5}{4} - \frac{21}{4} = -\frac{16}{4} = -4 \quad \frac{32}{21} = \frac{-5 \times 4}{-25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

$b_4 = br^3$ ؛ جمله ۴ام $\quad b + br^3 + br^6 = 73 \quad a_2 = a_1 + d = b + d = b_4 = br^3$ ۱۰

$b_7 = br^6$ ؛ جمله ۷ام

قدرنسبت $= r$

$\Rightarrow d = br^3 - b = b(r^3 - 1)$ ؛ جمله ۲ام

$a_{10} = a_1 + 9d = b + 9d \Leftarrow$ ؛ ۱۰ام

$(b(r^3 - 1)) = b + 9b(r^3 - 1) = b(1 + 9(r^3 - 1)) = b(9r^3 - 8)$

$br^6 = b(9r^3 - 8) \Rightarrow r^6 = 9r^3 - 8 \quad r^6 - 9r^3 + 8 = 0 \quad x = r^3$

$x = \frac{9 + 7}{2} = 8 = r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \quad d = a_2 - a_1 = 8 - 1 = 7$

جواب

$x = \frac{9 - 7}{2} = 1 \Rightarrow r = 1 \quad b(1 + r^3 + r^6) = 73$

$a_1 = b = 1 \quad a_2 = b_4 = br^3 = 1 \times 8 = 8$