۱۹٫۵

سامان نژادکرد - دهم پیره ۸ - تکلیف شماره ۱۵

۱- (۲)

$a\times aq\times aq^2=64 \Rightarrow aq=4 \Rightarrow a\times aq^2=16$

$a(1+q+q^2)=21$

$\Rightarrow \frac{1+q+q^2}{aq^2}=\frac{21}{16} \Rightarrow \frac{1+q+q^2}{4q}=\frac{21}{16} \Rightarrow 16q^2-68q+16=0 \Rightarrow 4q^2-17q+4=0$

$\xrightarrow{\text{روش}} q^2-17q+16=0 \Rightarrow (q-1)(q-16)=0 \Rightarrow q=1, q=16 \xrightarrow{\div 4} \boxed{q=\frac{1}{4}}$ ✓ , $q=4$ (غ ق ق)

۲- (۲)

$(x^2-2)(x^2+4)=4x^2 \Rightarrow x^4+2x^2-8=4x^2 \Rightarrow x^4-2x^2-8=0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+2)=0$

$\Rightarrow x=\sqrt{2}, \underbrace{-\sqrt{2}, -2}_{\text{غیرنزولی}}, 2 \to 8, 4, 2, \dots$

$\downarrow$ $\underbrace{4, 2\sqrt{2}, 0}_{\text{غ ق ق}}$

$\Rightarrow S_7 = 8\left(\frac{(\frac{1}{2})^7-1}{\frac{1}{2}-1}\right) = 8\,\frac{-\frac{127}{128}}{-\frac{1}{2}} = 8\left(\frac{127}{64}\right) = \frac{127}{8}$ ✓ $=15.875$

۳- (۲)

$S_5 = a(1+q+q^2+q^3+q^4) = 256\times\frac{121}{81} = \boxed{363}$ ✓

۴- (۱٫۵)

$A=\frac{64+1}{2}=32.5$

$B=\sqrt{64\times 1}=\pm 8 \to \underbrace{-8}_{\text{غ ق ق}}, 8$

چرا؟! درسته!

$A+B=32.5+8=40.5$ ✓

$A+B=\boxed{24.5}$

۵- (۲)

$a_n = \underbrace{-24, -23.75}_{0.25}, \dots \Rightarrow a_n=\frac{1}{4}n-24.25 \Rightarrow a_{101}=1$

$b_n = 128, a_2, \dots, a_8=1 \Rightarrow q^7=\frac{1}{128} \Rightarrow q=\frac{1}{\sqrt[7]{2^7}} \Rightarrow \boxed{q=\frac{1}{2}}$ ✓

۶- (۲)

$(a+۲d)(a+۸d)=(a+۶d)^۲$

$a^۲+۱۰ad+۱۶d^۲=a^۲+۱۲ad+۳۶d^۲$ → $a+۱۰d=0 \Rightarrow d=-\frac{a}{۱۰}$ ✓

$\Rightarrow -۲ad-۲۰d^۲=0 \Rightarrow -۲d(a+۱۰d)=0$

↳ $d=0$ → دنباله ثابت ✓

۷- (۲)

$(a+d)(a+۷d)=(a+۳d)^۲$

$\Rightarrow a^۲+۸ad+۷d^۲=a^۲+۶ad+۹d^۲$ → $a=d$

$\Rightarrow ۲ad-۲d^۲=0 \Rightarrow ۲d(a-d)=0$

↳ $d=0$ → دنباله ثابت → غ ق ق

$\xrightarrow{a=d}$ $۲d, ۴d, ۸d, \dots$ ($\times ۲$, $\times ۲$) $\Rightarrow q=۲ \Rightarrow a_{۱۰}=\frac{۱}{۴}\times ۲^۹=\boxed{۱۲۸}$ ✓

۸- (۲)

$\frac{۳aq+aq^۳}{۲}=۲aq^۲$

$\Rightarrow aq(q^۲+۳)=۴aq^۲$

$\Rightarrow \underbrace{aq}_{\neq 0}(q^۲-۴q+۳)=0 \Rightarrow$

↳ $q^۲-۴q+۳=0 \Rightarrow (q-۳)(q-۱)=0 \Rightarrow \boxed{q=۳}$ ✓ ($q=۱$ غ ق ق)

۹- (۲)

$(x+a_۴)(x+a_{۱۲})=(x+a_۸)^۲ \Rightarrow (x+\frac{۵}{۴})(x-۱)=(x+\frac{۱}{۴})^۲$

$\Rightarrow x^۲+\frac{۱}{۴}x-\frac{۵}{۴}=x^۲+\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۱۶} \Rightarrow -\frac{۱}{۴}x=\frac{۲۱}{۱۶} \Rightarrow x=-\frac{۲۱}{۴}$

$a_n=-۴, -۵, -\frac{۲۵}{۴}, \dots$ ($\times\frac{۵}{۴}$, $\times\frac{۵}{۴}$) $\Rightarrow \boxed{q=\frac{۵}{۴}}$ ✓

۱۰- (۲)

الف) $\to q^۳=\frac{۱۰-۲}{۲-۱}=۸ \Rightarrow q=۲ \Rightarrow a+۸a+۶۴a=۷۳ \Rightarrow a=۱ , a_۴=۸ , a_۷=۶۴$

$\Rightarrow a_۱=۱ , a_۲=۸ , a_{۱۰}=۶۴ \Rightarrow \boxed{d=۷}$ ✓ $d=0$ هم قابل قبوله دنباله ثابت میشه!

ب) $\to a(a+۶d)=(a+d)^۲ \Rightarrow a^۲+۶ad=a^۲+۲ad+d^۲ \Rightarrow d(۴a-d)=0$ {$۴a-d=0$ ، ↳ $d=0$ ✓}

$۴a-d=0 \Rightarrow a=\frac{۱}{۴}d \Rightarrow \frac{۱}{۴}d+\frac{۸}{۴}d+\frac{۶۴}{۴}d=۷۳ \Rightarrow \frac{۷۳}{۴}d=۷۳ \Rightarrow d=۴$