نام و نام خانوادگی سید محمدحسین رجائی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۵ کلاس دهم ریاضی A

۱

$\frac{a}{q} \times aq \times a = 64 = a^3 \Rightarrow a = 4$

$4 + 4q + \frac{4}{q} = 21 \qquad \frac{4q^2+4}{q} = 17 \qquad 4q^2+4 = 17q$

$q = \frac{1}{4} \qquad 4q^2 - 17q + 4 = 0 \qquad q = \frac{+17 \pm \sqrt{289-64}}{8} = \frac{17+15}{8} \,,\; \frac{17-15}{8}$

$\Rightarrow q = 4 \;|\; \frac{1}{4} \qquad q \notin W \Rightarrow q = \frac{1}{4}$

۲

$0 < q < 1$

$(n^2-2)(n^2+4) = 4n^2 \qquad a_1 = 8 \quad q = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow n^4 + 2n^2 - 8 = 4n^2 \Rightarrow n^4 - 2n^2 - 8 = 0$

اگر $n = 2$: $\frac{a_1}{8} = 4+4$, $a_2 = 4$, $a_3 = 2$ ✓ $\Rightarrow q = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow (n^2-4)(n^2+2) = 0$

اگر $n = -2$: $\frac{a_1}{8}$, $\frac{a_2}{-4}$, $2n$, a_3, $\frac{n^2-2}{2}$ $\Rightarrow n = -\frac{1}{2}$ ✗

$\Rightarrow n^2 - 4 = 0 \Rightarrow n = \pm 2$

۳

$S_7 = 4\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^7}{1-\frac{1}{2}}\right) = 4\left(\frac{2^7-1}{2^7}\right) = \frac{2^7-1}{2^5}$

$\frac{a_1}{243} \times (1+q+q^2+q^3+q^4) = a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4$

$a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 = S_5 = \frac{121}{81} \times 243 = 363$

۴

$d = \frac{64-1}{5+1} = \frac{63}{6} = 10.5 \qquad \frac{64}{1} = q^{5+1} \qquad q = \pm 2$

در دنباله حسابی

$A = a_4 = \frac{a_7 + a_1}{2} = \frac{64+1}{2} = 32.5$

در دنباله هندسی

$B = a_4^2 = a_1 \times a_7 = 64 \Rightarrow a_4 = \pm 8$

$A + B = 32.5 + 8 = 40.5$

$A + B = 32.5 - 8 = 24.5$

۵

$-\frac{96}{4}, -\frac{95}{4}, \ldots \qquad \frac{a_8}{a_1} = q^7 = \frac{1}{128} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$

$d = \frac{1}{4} \qquad a_n = \frac{1}{4}n - \frac{97}{4} \Rightarrow a_{100} = \frac{101}{4} - \frac{97}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Scanned with CamScanner

۶

$(a+۲d)(a+۸d)=(a+۶d)^۲$

$a^۲+۱۶d^۲+۱۰ad=a^۲+۱۲ad+۳۶d^۲ \Rightarrow ۲۰d^۲=-۲ad$

$\Rightarrow ۲۰d=-۲a$

$\Rightarrow d=-\frac{۱}{۱۰}a$

یا $d=0=(0)a$

۷

$d\neq 0$ $\quad (a+d)(a+۷d)=(a+۳d)^۲ \Rightarrow a^۲+۸ad+۷d^۲=a^۲+۶ad+۹d^۲$

$\Rightarrow ۲ad=۲d^۲ \Rightarrow a=d$

$q=\frac{a+۳d}{a+d}=\frac{۴a}{۲a}=۲$

$a=\frac{۱}{۴}$ هندسی

$\frac{۱}{۴}\times ۲^۹=۲^۷=۱۲۸$

۸

$۳aq\ ,\ ۲aq^۲\ ,\ aq^۳$ $\quad a\neq$

$aq^۳+۳aq=۴aq^۲$

$\underbrace{aq}_{\neq 0}(q^۲-۴q+۳)=0$

$(q-۱)(q-۳)=0$

$\Rightarrow q=۳$ یا ۱ غ‌ق‌ق ۱

$\Rightarrow \boxed{q=۱}$

۹

$\frac{۱۳-۸}{۸-۴}=\frac{۵}{۴}=q$ همچنان این سه عدد دنباله‌ای حسابی می‌سازند

راه تستی

$a_n=-\frac{۱}{۴}+\frac{۹}{۴}$

$\Rightarrow a_۴=+\frac{۵}{۴}$ $\quad a_۸=\frac{۱}{۴}$ $\quad a_{۱۳}=-۱$

$\Rightarrow x=-\frac{۲۱}{۴}$

$(\frac{۵}{۴}+x)(-۱+x)=(x+\frac{۱}{۴})^۲$

$x^۲+\frac{۱}{۴}x-\frac{۵}{۴}=x^۲+\frac{۱}{۲}x=\frac{۱}{۱۶}$

$q=\frac{-۱-\frac{۲۱}{۴}}{\frac{۱}{۴}-\frac{۲۱}{۴}}=\frac{\frac{-۲۵}{۴}}{\frac{-۲۰}{۴}}=\frac{۵}{۴}$

۱۰

$a_۱\quad a_۴\quad a_۷$

این سه را دنباله‌ای هندسی با قدر نسبت $q'=q^۳$ در نظر می‌گیریم

$a'_۱\quad a'_۲\quad a'_۳$

$a+۸a+۶۴a=۷۳a=۷۳$

$\Rightarrow a=۱$

$q^۳=q'=\frac{۱۰-۲}{۲-۱}=۸ \Rightarrow q=۲$

$a_۱=۱$ حسابی $\quad a_۲=۸$ حسابی

$\Rightarrow d=۸-۱=۷$ حسابی