نام و نام خانوادگی: احسان زارعی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۲ — کلاس: [illegible] A

۱

الف) $t_{10}=a_1q^9=\frac{1}{2}\times 2^9=2^8$

ب) $t_{17}=a_1q^{16}=\frac{1}{2}\times 2^{16}=2^{15}$ و $t_{13}=a_1q^{12}=\frac{1}{2}\times 2^{12}=2^{11}$ $\quad \frac{2^{15}}{2^{11}}=\boxed{2^4}$

پ) $t_4=\frac{1}{2}\times q^3=2^2$ و $t_{10}=2^8 \Rightarrow 2^2\times 2^8=y^2 \Rightarrow 2^{10}=y^2 \Rightarrow y=2^5$

ت) $128=\frac{1}{2}q^x \Rightarrow x=8$

۲

$$\left.\begin{aligned} a_1q^4&=12\\ a_1q^7&=96\end{aligned}\right\} \Rightarrow q^3=8 \Rightarrow q=\boxed{2} \Rightarrow a_1=\frac{3}{4}$$

$t_{10}=a_1q^9 \Rightarrow \frac{3}{4}\times 2^9=3\times 2^7$

۳

الف) $a\times ar\times ar^2\times ar^3\times ar^4=a^5\times r^{10}=243$

$a^5\times r^{10}=243 \Rightarrow (ar^2)^5=243 \Rightarrow ar^2=\sqrt[5]{243} \Rightarrow$

$243=3^5 \Rightarrow \sqrt[5]{243}=3 \Rightarrow a_3=\boxed{3}$

ب) $a\times(a\times r^4)=a^2\times r^4 \Rightarrow a\times r^2=3 \Rightarrow a=\frac{3}{r^2} \Rightarrow \left(\frac{3}{r^2}\right)^2\times r^4=\frac{9}{r^4}\times r^4=\boxed{9}$

۴

$(4\sqrt{2})^2=2^b\times 2^a \Rightarrow 2^{a+b}=32 \Rightarrow a+b=5$

$\Rightarrow \frac{a+b}{2}=\frac{5}{2}=2/5$

۵

$x^2=(1-x)(1+x) \Rightarrow x^2=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

حل این معادله

$x^2=1-x^2 \Rightarrow x^2+x^2=1 \Rightarrow 2x^2=1 \Rightarrow x^2=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

۶

$a+ar^2=28 \Rightarrow a(1+r^2)=28$

$ar+ar^2=12 \Rightarrow ar(1+r)=12$

$\Rightarrow \frac{12}{r(1+r)}(1+r^2)=28$ تقسیم

$\Rightarrow 3r^3-7r^2-7r+3=0 \Rightarrow \begin{cases} r=\frac{1}{3} \Rightarrow a=\frac{12}{\frac{1}{3}(1+\frac{1}{3})}=27 \\ r=3 \Rightarrow a=\frac{12}{3(1+3)}=1 \end{cases}$ جمله اول

۷

$a(1+r+r^2)=13$

$a\times ar\times ar^2=a^3r^3=27 \Rightarrow (ar)^3=27 \Rightarrow ar=3$

$\frac{3}{r}(1+r+r^2)=13 \Rightarrow 3(1+r+r^2)=13r \Rightarrow$

$3+3r+3r^2=13r \Rightarrow 3r^2-10r+3=0 \Rightarrow \begin{cases} r=\frac{1}{3} \\ r=3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{1,3,9}$

۸

الف) $S_{10}=2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right)=\boxed{3^{10}-1}$

ب) $a_1^n\, r^{\frac{(n-1)n}{2}} \Rightarrow \boxed{2^{10}\times 3^{45}}$

۹

$a, ar, ar^2, \dots \xRightarrow{\text{تفاضل جملات}} ar-a, ar^2-ar, \dots \Rightarrow ar-a=a(r-1)$

$ar^2-ar=ar(r-1)=a(r-1)r \xRightarrow{\text{جمله n ام}} a(r-1)r^{n-1}$

بنابراین همان شکل یک دنباله هندسی با جمله اول است

$\frac{a(r-1)r}{a(r-1)}=r \longrightarrow$ قدر نسبت

۱۰

الف)

$S_n=[a_1+(n-1)d]+[a_1+(n-2)d]+\dots a_1$

$S_n=a_1+(a_1+d)+(a_1+2d)+\dots+[a_1+(n-1)d]$ جمع

$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\dots+(a_n+a_1) \Rightarrow 2S_n=n(a_1+a_n)$ اثبات شد

ب)

$S_n=a+ar+ar^2+\dots\ ar^{n-1}$

$rS_n=ar+ar^2+ar^3+\dots+ar^n$ $\Rightarrow$

$S_n-rS_n=(a+ar+ar^2+\dots\ ar^{n-1})-(ar+ar^2+\dots\ ar^n)$

$\Rightarrow S_n(1-r)=a-ar^n \Rightarrow S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ اثبات شد