نام و نام خانوادگی ....حسین لطفی.... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....**

۱

الف) $a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} \longrightarrow a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = \boxed{۲۵۶}$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{\cancel{a_۱} \cdot q^{۱۶}}{\cancel{a_۱} \cdot q^{۱۲}} = q^۴ = ۲^۴ = \boxed{۱۶}$

ج) $\text{واسطه} = \sqrt{a_۴ \times a_{۱۰}} = \sqrt{a_۱^۲ \cdot q^{۱۲}} = \overbrace{a_۱ \cdot q^۶}^{a_۷} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۶ = \boxed{۳۲}$

د) $۱۲۸ = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} \Rightarrow ۲^۷ = ۲^{n-۲} \Rightarrow n-۲ = ۷ \Rightarrow n = \boxed{۹}$

۲

$$\frac{a_۸}{a_۵} = q^۳ \Rightarrow q^۳ = \frac{۹۶}{۱۲} \Rightarrow q^۳ = ۸ \Rightarrow q = \boxed{۲}$$

$$a_{۱۰} = a_۸ \times q^۲ = ۹۶ \times ۲^۲ = \boxed{۳۸۴}$$

۳

الف) $a_۳^۵ = ۲۴۳ = ۳^۵ \Rightarrow a_۳ = \boxed{۳}$

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۳^۲ = ۳^۲ = \boxed{۹}$

۴

$$۲^a \times ۲^b = (۴\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow ۲^{a+b} = ۲^۵ \longrightarrow a+b = ۵ \xrightarrow[\text{حسابی}]{\text{واسطه‌ی}} \frac{a+b}{۲} = \boxed{۲٫۵}$$

۵

$$a_۷^۲ = a_۳ \times a_{۱۱} \Rightarrow x^۲ = (x+۱)(۱-x) \Rightarrow x^۲ = ۱ - x^۲$$

$$۲x^۲ = ۱ \Rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۶

$$\left.\begin{array}{l} a_۱ + a_۱ \cdot q^۳ = ۲۸ \\ a_۱ \cdot q + a_۱ \cdot q^۲ = ۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow S_۴ = ۴۰ \Rightarrow a_۱\left(\frac{q^۴-۱}{q-۱}\right) = ۴۰$$

$$\rightarrow a_۱\left(q^۳+q^۲+q+۱\right) = ۴۰$$

۷

$$\left.\begin{array}{l} a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۳ \\ a_۲^۳ = ۲۷ \Rightarrow a_۲ = ۳ \end{array}\right\} \longrightarrow a_۱ \cdot a_۳ = ۹ \text{ ، } a_۱ + a_۳ = ۱۰ \xrightarrow{q = ۳ \text{ یا } \frac{۱}{۳}} a_۱ = ۱ \text{ یا } ۹ \text{ ، } a_۳ = ۱ \text{ یا } ۹$$

$a_۱$	$a_۲$	$a_۳$
۱ یا ۹	۳	۱ یا ۹

۸

الف) $S_{۱۰} = a_۱\left(\frac{q^{۱۰}-۱}{q-۱}\right) = \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\cancel{۲}}\right) = ۳^{۱۰}-۱$

ب) $a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times \dots \times a_{۱۰} = a_۵^۹ \times a_{۱۰} = \overbrace{a_۵^۹ \times a_۵}^{a_۵^{۱۰}} \cdot q^۵ = \left(a_۵^۲ \cdot q\right)^۵ =$

$\left(a_۱^۲ \cdot q^۹\right)^۵ = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

۹

$$\overset{(1)}{a_۱ - a_۱ q} \text{ ، } \overset{(2)}{a_۱ \cdot q - a_۱ \cdot q^۲} \text{ ، } \overset{(3)}{a_۱ \cdot q^۲ - a_۱ \cdot q^۳} \text{ ، } \dots \qquad q' = ?$$

$$q' = \frac{a'_n}{a'_{n-۱}} = \frac{a'_۲}{a'_۱} = \frac{\cancel{a_۱}(q-q^۲)}{\cancel{a_۱}(۱-q)} = \boxed{q}$$

۱۰

واسطه‌ی حسابی جمله‌ی اول و آخر

الف) $S_n = \frac{n}{۲}\left(۲a_۱ + (n-۱)d\right) \xrightarrow{۲a_۱ + (n-۱)d = a_۱ + a_n} S_n = n \times \frac{a_۱ + a_n}{۲} = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \dots + a_n$

ب) $q(\underbrace{a_۱ + a_۱ \cdot q + \dots + a_۱ \cdot q^{n-۲} + a_۱ \cdot q^{n-۱}}_{S_n}) \longrightarrow \underbrace{a_۱ \cdot q + a_۱ \cdot q^۲ + \dots + a_۱ \cdot q^{n-۱}}_{S_n} + a_۱ \cdot q^n = q \cdot S_n$

$S_n + a_۱ \cdot q^n = q \cdot S_n \Rightarrow S_n = a_۱\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right)$