نام و نام خانوادگی عرفان شیرانی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۴ کلاس A

۱

$a_n = \frac{1}{2} \times 2^{(n-1)}$

الف) $\frac{1}{2} \times 2^{9} = 2^{8} = 256$

ب) $\frac{(\frac{1}{2} \times 2^{16})}{(\frac{1}{2} \times 2^{12})} = 16$

د) $128 = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} \Rightarrow n = 8$

ج) $\sqrt{(\frac{1}{2} \times 2^{3}) \times (\frac{1}{2} \times 2^{9})} = 2^{5} = 32$

۲

$q^3 = \frac{96}{12} = 8 \Rightarrow q = 2$

$12 = a_1 \times 2^4 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{16}$ $a_{10} = \frac{12}{16} \times 2^9 = 384$

۳

الف) $\frac{a_3}{q^2} \times \frac{a_3}{q} \times a_3 \times a_3 q \times a_3 q^2 = 243$ $a_3 = 3$

$\Rightarrow a^5 = 243$

$\Rightarrow a_3 = 3$

ب) $\frac{a_3}{q^2} \times a_3 q^2 = a_3^2 = 3^2 = 9$

۴

$4\sqrt{2} = \sqrt{32} = 2^{(\frac{5}{2})}$

$\Rightarrow 2^a , 2^{(\frac{5}{2})} , 2^b$

واسطه حسابی برابر است با $2,5 = \frac{5}{2}$

$2^a \times 2^b = 2^{(a+b)} = 2^{(\frac{5}{2} \times 2)} \Rightarrow a + b = 5$

۵

$x^2 = 1 - x^2$

$2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{-\sqrt{2}}{2} , \frac{+\sqrt{2}}{2}$

۶

$a_1 + a_1q^3 = a_1(1+q^3) = 28$ — بزرگترین عدد ۲۷ است

$a_1q + a_1q^2 = a_1(q+q^2) = 12$ — $1, 3, 9, 27$

$\frac{a_1(1+q^3)}{a_1(q+q^2)} = \frac{28}{12} \Rightarrow 12 + 12q^3 = 28q + 28q^2$

$12q^3 - 28q^2 - 28q - 12 = 0 \Rightarrow q = 3$

---

۷

$\frac{a_2}{q} \times a_2 \times a_2q = 27 \Rightarrow a_2 = 3$

$\frac{3}{q} + 3 + 3q = 13$ — $1, 3, 9$

$\Rightarrow \frac{3+3q^2}{q} = 10 \Rightarrow 10q = 3 + 3q^2$

$\Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Rightarrow q = 3$

---

۸

الف)

$\frac{\cancel{2}\times(3^{10}-1)}{\cancel{(3-1)}} = \underline{59048}$

ب)

$2\times 3^0 \times 2\times 3^1 \times 2\times 3^2 \times \dots \times 2\times 3^9 = 2^{10} \times 3^{45}$

---

۹

$a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3$

۱) هر جمله در $q$ ضرب می‌شود و جمله اول $a_1(q-1)$ است.

$a_1q - a_1, a_1q^2 - a_1q, a_1q^3 - a_1q^2 \Rightarrow a_1(q-1), a_1q(q-1), \dots$

---

۱۰

حسابی:

$\overbrace{a_1, a_1+d, \underbrace{a_1+2d, \dots, a_1+(n-2)d}_{}}^{2a_1+(n-1)d}, a_1+(n-1)d$

$2a_1 + (n-1)d$

هر جفتی برابر با $2a_1+(n-1)d$ هست و $\frac{n}{2}$ تا جفت داریم پس

$S = \frac{n}{2}\left(2a_1+(n-1)d\right)$

«هندسی در صفحه‌ی بعد»

هندسی:

$$a_1 q^0 + a_1 q^1 + a_1 q^2 + \cdots + a_1 q^{(n-1)}$$

$$= a_1 \left( q^0 + q^1 + \cdots + q^{(n-1)} \right) \quad \text{I}$$

$$Sum_{(q8)} = q^0 + q^1 + \cdots q^{(n-1)}$$

$$q \times Sum_{(q8)} = q + q^1 + \cdots + q^n$$

$$q \times Sum_{(q8)} - Sum_{(q8)} = q^n - q^0$$

$$= Sum_{(q8)} \times (q-1)$$

$$\Rightarrow Sum_{(q8)} = \frac{q^n - q^0}{q-1} \quad \text{II}$$

$$\xRightarrow{\text{II},\ \text{I}} Sum = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{(q-1)}$$