۱۹٫۷۵

[illegible] ـ دهم [illegible] ـ [illegible] ۱۴

۱ـ الف) ②

$a_n = \underbrace{\frac{۱}{۲}, ۱, ۲}_{\times۲\ \times۲}, \ldots \Rightarrow a_{۱۰} = \frac{۱}{۲}\times ۲^۹ = ۲^۸ = ۲۵۶$ ✓

ب)

$\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = q^۴ = ۲^۴ = ۱۶$ ✓

ج)

$a_n = \sqrt{a\times r^۲ \times a\times r^{۱۰}} = \sqrt{a^۲ r^{۱۲}} = ar^۶ = \underbrace{\frac{۱}{۲}\times ۲^۶}_{a_۷} = ۲^۵ = a_۷$ ✓

د)

$۱۲۸ = \frac{۱}{۲}\times ۲^{n-1} \Rightarrow ۲۵۶ = ۲^{n-1} \Rightarrow n-1 = ۸ \Rightarrow \boxed{n = ۹}$ ✓

۲ـ ②

$q^۳ = \frac{۹۶}{۱۲} = ۸ \Rightarrow q = ۲ \Rightarrow a_{۱۰} = a_۸ q^۲ = ۹۶\times ۴ = ۳۸۴$ ✓

۳ـ الف) ②

$P_۵ = (a_۳)^۵ = ۲۴۳ \Rightarrow a_۳ = ۳$ ✓

ب)

$P_۵ = \sqrt{(a_۱\cdot a_۵)^۵} = ۲۴۳ \Rightarrow (a_۱\cdot a_۵)^۵ = ۳^{۱۰} \Rightarrow a_۱\cdot a_۵ = ۳^۲ = ۹$ ✓

۴ـ ②

$\sqrt{۲^a \times ۲^b} = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{۲^{a+b}} = \sqrt{۳۲} \Rightarrow a+b = ۵$

واسطه حسابی → $\frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$ ✓

۵ـ ۱٫۷۵

$(۱-x)(۱+x) = x^۲ \Rightarrow ۱-x^۲ = x^۲ \Rightarrow ۱ = ۲x^۲ \Rightarrow x^۲ = ۰٫۵ \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۱}{۲}}$

$\Rightarrow x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

غ‌ق‌ق ← $q^۴ < ۰$ میشه!

۶ـ ②

$\frac{a(q^۳+۱)}{a(q^۲+q)} = \frac{۲۸}{۱۲} \Rightarrow ۱۲q^۳ - ۲۸q^۲ - ۲۸q + ۱۲ = ۰ \Rightarrow$

$-۱۶ \quad -۱۶$

$$\begin{array}{l|l} ۱۲q^۳ - ۲۸q^۲ - ۲۸q + ۱۲ & q+۱ \\ \hline -۱۲q^۳ - ۱۲q^۲ & ۱۲q^۲ - ۴۰q + ۱۲ \\ \quad -۴۰q^۲ - ۲۸q & \\ \quad +۴۰q^۲ + ۴۰q & \\ \qquad ۱۲q + ۱۲ & \\ \qquad -۱۲q - ۱۲ & \\ \qquad\quad ۰ & \end{array}$$

$\Rightarrow ۱۲q^۲ - ۴۰q + ۱۲ = ۰ \xRightarrow{\times۱۲} q^۲ - ۴۰q + ۱۴۴ = ۰$

$\Rightarrow (۱۲q - ۳۶)(۱۲q - ۴) = ۰ \Rightarrow q = ۳, q = \frac{۱}{۳}$

$\rightarrow a(q^۳+۱) = ۲۸ \Rightarrow a(۲۷+۱) = ۲۸ \Rightarrow a = ۱ \rightarrow ۱, ۳, ۹, \boxed{۲۷}$ ✓

بزرگترین عدد

$\rightarrow a(q^۳+۱) = ۲۸ \Rightarrow a(\frac{۲۸}{۲۷}) = ۲۸ \Rightarrow a = ۲۷ \rightarrow \boxed{۲۷}, ۹, ۳, ۱$

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۲۷ \Rightarrow \boxed{a_۲ = ۳}$ ۷ـ

$\Rightarrow a_۱ \times a_۳ = ۹$, $a_۱ + a_۳ = ۱۰$ $\Rightarrow a_۱ = ۱ , a_۳ = ۹$ یا $a_۱ = ۹ , a_۳ = ۱$ $\Big\}$ $a_n = ۱, ۳, ۹, \ldots$ یا $a_n = ۹, ۳, ۱, \ldots$ ✓ (۲)

۸ـ الف)

$S_{۱۰} = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) = \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}}\right) = ۳^{۱۰} - ۱ = ۵۹۰۴۸$ ✓ (۲)

ب)

$P_{۱۰} = \sqrt{(a_۱ . a_{۱۰})^{۱۰}} \rightarrow (a_۱ \times a_{۱۰})^۵ = (۲ \times ۲ \times ۳^۹)^۵ = \boxed{۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}}$ ✓

۹ـ

$a_n = \frac{a}{q} , a , aq , aq^۲ , aq^۳ , \ldots$ (۲)

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$\longrightarrow \quad a - \frac{a}{q} , aq - a , aq^۲ - aq , aq^۳ - aq^۲$

$\longrightarrow \quad \underbrace{\frac{a}{q}(q-۱) , a(q-۱)}_{\times q} , \underbrace{a(q-۱) , aq(q-۱)}_{\times q} , \underbrace{aq(q-۱) , aq^۲(q-۱)}_{\times q} \longrightarrow \boxed{\text{قدرنسبت } q}$ ✓

$\sqrt{aq(q-۱)\frac{a}{q}(q-۱)} = \sqrt{a^۲(q-۱)^۲} = a(q-۱) \rightarrow \sqrt{a_۱ . a_۳} = a_۲ \rightarrow$ $\boxed{\text{دنباله هندسی } q}$ ✓

$a_n = a , a+d , a+۲d , \ldots , a+(n-۱)d$

۱۰ـ الف)

$a + a+d + a+۲d + \ldots + a(n-۱)d \Rightarrow na + (d + ۲d + \ldots + (n-۱)d)$ (۲)

$\Rightarrow na + (۱ + ۲ + ۳ + \ldots + n-۱)d \rightarrow na + \frac{(n-۱+۱)(n-۱)}{۲} = na + n\frac{n-۱}{۲}d$

$\Rightarrow \boxed{\frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d)}$ ✓

ب)

$S_n = a + aq + aq^۲ + \ldots + aq^{n-۱}$

$qS_n = aq + aq^۲ + \ldots + aq^{n-۱} + aq^n$ $\Big\}$ $S_n - qS_n = a - aq^n$

$\Rightarrow S(۱-q) = a(۱-q^n) \Rightarrow S = \frac{a(۱-q^n)}{(۱-q)} \Rightarrow S_n = \boxed{a\left(\frac{۱-q^n}{۱-q}\right)}$ ✓