نام و نام خانوادگی ...نیلا انصاری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ...سپهر ۸...

۱

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \ldots$

$a_n = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$

الف) $a_{10} = \frac{1}{2}(2)^9 = 256$

ب) $\left.\begin{array}{l}\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{aq^{16}}{aq^{12}} = q^4 \\ q=2\end{array}\right\} = (2)^4 = 16$

ج) ± 32

$\pm\sqrt{a_4 \times a_{10}} = \pm\sqrt{4 \times 256} = \pm 32$

د) $a_x = \frac{1}{2}(2)^{x-1} = 128 = 2^7 \Rightarrow (2)^{x-1} = \frac{2^7}{\frac{1}{2}} = 2^8 \Rightarrow x-1 = 8 \Rightarrow \boxed{x=9}$

۲

$a_5 = 12$

$a_8 = 96$

$\frac{a_8}{a_5} = \frac{aq^7}{aq^4} = q^3 = \frac{96}{12} = 8 = 2^3 \Rightarrow q = 2$

$a_{10} = aq^9 = \underbrace{aq^7}_{a_8=96} q^2 \Rightarrow 96(2)^2 = 384$

۳

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = a^5 q^{(1+2+3+4)} = a^5 q^{10} = (\underbrace{aq^2}_{a_3})^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow \boxed{a_3 = 3}$

$a_1 \times a_5 = a^2 q^4 = (\underbrace{aq^2}_{a_3=3})^2 = \boxed{9}$

۴

$2^a \times 2^b = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{a+b} = 32 = 2^5 \Rightarrow a+b = 5$

$\frac{5}{2} = \boxed{2.5}$

۵

$a_3 = 1-x$

$a_7 = x$

$a_{11} = x+1$

$a_3 \, a_{11} = a_7^2 \Rightarrow \underbrace{(1-x)(1+x)}_{1-x^2} = x^2 \Big\} \; 1-x^2 = x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$a_1+a_4=۲۸ \to a+aq^۳=a(1+q^۳)=۲۸$

$a_2+a_3=۱۲ \to aq+aq^۲=a(q+q^۲)=۱۲$

$\frac{a(1+q^۳)}{a(q+q^۲)}=\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{۷}{۳} \Rightarrow ۳(1+q^۳)=۷(q+q^۲)$; $q=۳ \Rightarrow a=۱ \Rightarrow \boxed{aq^۳=۲۷}$; $q=\frac{1}{۳} \Rightarrow a=۲۷ \Rightarrow \boxed{a=۲۷}$ ۶

$a_1+a_2+a_3=۱۳$

$a_1 a_2 a_3=۲۷ = a^۳q^۳=۲۷ \Rightarrow (aq)^۳=۳^۳ \Rightarrow \underbrace{aq}_{a_2}=۳$

$a_1+۳+a_3=۱۳ \Rightarrow a_1+a_3=۱۰$

$a_1\,۳\,a_3=۲۷ \Rightarrow a_1 a_3=۹$

$\left.\begin{array}{l} a_1+a_3=۱۰ \\ a_1\times a_3=۹ \end{array}\right\}$; $a_1=۱, a_3=۹ \to a_n=۱,۳,۹,\dots$; $a_1=۹, a_3=۱ \to a_n=۹,۳,۱,\dots$ ۷

$a_n=۲,۶,۱۸,\dots$

$\Rightarrow a_n=۲(۳)^{n-1}$

$S_n=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right) \Rightarrow S_{۱۰}=۲\left(\frac{۳^{۱۰}-1}{۳-1}\right)=۲\,\frac{۵۹۰۴۸}{۲}=\boxed{۵۹۰۴۸}$ ۸

$a\times a_2\times a_3\times a_4\times\cdots\times a_{۱۰}=a\times aq\times aq^۲\times aq^۳\times\cdots\times aq^۹=a^{۱۰}\times q^{(1+2+3+\cdots+9)}=a^{۱۰}\times q^{۴۵}=۲^{۱۰}\times ۳^{۴۵}$

$\Rightarrow (۲^۲\times ۳^۹)^۵$

$a_n=a, a_2, a_3, a_4, \dots a_n \to a, aq, aq^۲, aq^۳, \dots aq^{n-1}$

$a-aq, aq-aq^۲, aq^۲-aq^۳, \dots, aq^{n-1}-aq^n$

$\Rightarrow a(1-q) \xrightarrow{\times q} aq(1-q) \xrightarrow{\times q} aq^۲(1-q)\dots aq^{n-1}(1-q)$ ۹

$\frac{aq(1-q)}{a(1-q)}=q \to$ قدر نسبت

$a_n= a_1, a_2, a_3, \dots a_n \to a, a+d, a+۲d, \dots, a+(n-1)d$

$\Rightarrow a+a+d+a+۲d+\dots+a+(n-۳)d+a+(n-۲)d+a+(n-1)d$

$۲a+(n-1)d$

$۲a+(n-1)d$

$۲a+(n-1)d$

$\vdots$

$۲a+(n-1)d$

$\frac{n}{۲} \Rightarrow \frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)$

$S_n=a+a_2+a_3+a_4+\dots+a_n=a+aq+aq^۲+\dots+aq^{n-1}$

$\Rightarrow a(1+q+q^۲+q^۳+\dots+q^{n-1}) \xRightarrow{\times q} a(q+q^۲+q^۳+\dots+q^n)$

$(q+q^۲+q^۳+\dots+q^n)-(1+q+q^۲+\dots+q^{n-1})=q^n-1$ ۱۰

$q(1+q+q^۲+\dots+q^{n-1})-(1+q+q^۲+\dots+q^{n-1})=q-1$

$\Rightarrow a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$