نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱ ..... کلاس .....

۱

الف) $a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \quad q = 2 \quad a_n = a_1 \times q^{n-1}$

$a_{10} = \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8$ (۲۵۶)

ب) $\frac{a_{12}}{a_{13}} = q^{-1} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

ج) $\frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 128 = 2^7$ (این جمله) $\Rightarrow n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$

$\Rightarrow 2^{n-1} = 2^7$

$\sqrt{a_4 \times a_{10}} = a_7 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 32$

$a_7 \times a_8$

۲

$q = 2$

$\frac{a_8}{a_5} = \frac{96}{12} = q^3 = 8$

$a_{10} = a_5 \times q^5 = 12 \times 32 = 384$

۳

الف) $a_3 = 3$ (۳) $\Rightarrow a_5 = (a_3)^2 = 3^2 = 9$

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = (a_3)^5 = 3^5$

ب) $a_1 \times a_5 = (a_3)^2 = 9$ (۹)

۴

$a + b = 6$

$\frac{a+b}{2} = \frac{6}{2} = 3$ واسطه حسابی a و b

$(2\sqrt{2})^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{a+b} = 2^6$

۵

$a_3 = n - 1 \quad a_7 = n \quad a_{11} = n + 1$

$(a_7)^2 = a_3 \times a_{11}$

$n^2 = (n-1)(n+1) = n^2 - 1 \Rightarrow 1 = n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow n = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$

جواب آخر

$a_1 + a_4 = a(1+q^3) = 28$ $\quad a_2 + a_3 = aq(1+q) = 12$

$\frac{a(1+q^3)}{aq(1+q)} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3} = \frac{(1+q)(q^2-q+1)}{q(1+q)}$

در هر ۲ حالت بین ۴ جمله بزرگترین مقدار ۲۷ هست

$\Rightarrow 3q^2 - 3q + 3 = 7q \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0$

$\Rightarrow q = \frac{+10 \pm \sqrt{100-36}}{2\times 3} = 3$ یا $\frac{1}{3}$

اگر $q=3$: $a \times 3(1+3) = 12 \Rightarrow a = 1$ $\quad a_n = 1, 3, 9, 27$

اگر $q=\frac{1}{3}$: $\frac{1}{3}a(1+\frac{1}{3}) = 12 \Rightarrow \frac{4}{9}a = 12 \Rightarrow a = 27$ $\quad a_n = 27, 9, 3, 1$

7

$\frac{a}{q} \times a \times aq = a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$ $\quad \frac{a}{q} + a + aq = 13$

$\frac{3}{q} + 3 + 3q = 13$ $\quad \frac{3q^2+3q+3}{q} = 13 \Rightarrow 3q^2+3q+3 = 13q$

$\Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0$ $\quad q = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = 3$ یا $\frac{1}{3}$

اگر $q=3 \Rightarrow a_n = 1, 3, 9$ $\quad (\frac{3}{3})$ $\quad$ اگر $q = \frac{1}{3}$: $a_n = 9, 3, 1$ $\quad (\frac{3}{\frac{1}{3}} = 9)$

8

الف) $a_n = 2, 6, 18, \dots$ $\quad S_{10} = a \times \frac{q^n - 1}{q-1}$ $\quad S_{10} = 2 \times \frac{3^{10}-1}{2} = 3^{10}-1$

$a_{10} = 2 \times 3^9$

ب) ضرب هندسی $= \sqrt{(a_1 \times a_n)^n} = \sqrt{(2 \times 2 \times 3^9)^{10}} = 2^{10} \times 3^{45}$

9

$a_n = a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}$ $\quad (\times q)$

$a_n' = a, aq-a, aq^2-aq, \dots, aq^{n-1}-aq^{n-2}$

$\Rightarrow a_n' = a, a(q-1), aq(q-1), \dots, aq^{n-2}(q-1)$ $\quad (\times(q-1), \times q, \times q)$

بله اگر جمله اول را در نظر نگیریم باقی جملات تشکیل تساعد هندسی می‌دهند با قدر نسبت q

---

10

الف) مجموع جملات در تصاعد حسابی — اثبات

$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$a_n = a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-2)d, a+(n-1)d$

$S_n = an + (1+2+\dots+n-1)d = an + \frac{(n-1+1)(n-1)}{2}d = an + \frac{d\,n(n-1)}{2}$

فاکتور از $\frac{n}{2}$

$\frac{n}{2}(2a + (n-1)d) = S_n$

قسمت ب در صفحه دیگه

جواب قسمت ب

سوال ۱۵) مجموع جملات دنباله هندسی

$$S_n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1}$$

$$S_n \times q = aq + aq^2 + aq^3 + \cdots + aq^n$$

$$S_n - S_n \times q = a - aq^n = a(1-q^n)$$

$$S_n(1-q) = a(1-q^n)$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{a(1-q^n)}{(1-q)} = a \times \frac{(q^n-1)}{(q-1)}$$