نام و نام خانوادگی: دنیا پوری بدیع شماره: ۱۴ — کلاس: دهم پسر A

۱- الف) $a_1=\frac{1}{2}$ $a_2=1$ $q=\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$ قدر نسبت $a_n=a_1\times q^{n-1}$

$a_{10}=\frac{1}{2}\times 2^{10-1}=\frac{1}{2}\times 2^{9}=\frac{512}{2}=256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}}=\frac{a_1\times q^{16}}{a_1\times q^{12}}=q^{16-12}=q^{4}=2^{4}=16$

ج) $a_4=\frac{1}{2}\times 2^{3}=4$ $a_{10}=256$ $\sqrt{a_4\times a_{10}}=\sqrt{4\times 256}=\sqrt{1024}=32$

د) $a_n=128$ $2^{n-1}=256$ $n-1=8$ $n=9$

۲- $a_n=a_1\times q^{n-1}$ $a_5=a_1\times q^{5-1}=a_1\times q^{4}=12$

$a_8=a_1\times q^{8-1}=a_1\times q^{7}=96$

$\frac{a_8}{a_5}=\frac{a_1\times q^{7}}{a_1\times q^{4}}\Rightarrow \frac{96}{12}=q^{7-4}$ $8=q^{3}$ $q=2$

$a_1\times q^{4}=12=a_1\times 2^{4}=12$ $a_1=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$

$a_{10}=a_1\times q^{9}\Rightarrow a_{10}=\frac{3}{4}\times 512=a_{10}=384$

۳- الف) $a_1\times(a_1\times q)\times(a_1\times q^{2})\times(a_1\times q^{3})\times(a_1\times q^{4})=243$

$a_1^{5}\times q^{10}=243$, $a_1\times q^{2}=3$ $a_3=a_1\times q^{2}=3$

$a_3=3$

ب) $a_1\times a_5=a_1\times(a_1\times q^{4})=a_1^{2}\times q^{4}$ $a_1\times a_5=(a_1\times q^{2})^{2}=$

$3^{2}=9$ $a_1\times a_5=9$

۴- $(4\sqrt{2})^{2}=2^{b}\times 2^{a}$ $4\sqrt{2}=4\times 2^{\frac{1}{2}}=2^{2}\times 2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{5}{2}}$

$(4\sqrt{2})^{2}=(2^{\frac{5}{2}})^{2}=2^{5}=32$ $2^{b}\times 2^{a}=2^{a+b}\Rightarrow 2^{a+b}=32=2^{5}$

$a+b=5$

$\frac{a+b}{2}=\frac{5}{2}=2.5$

۵- $a_3=1-x$ $a_7=x$ $a_{11}=x+1$ $a_7^{2}=a_3\times a_{11}$

$x^{2}=(1-x)\times(x+1)\Longrightarrow x^{2}=x+1-x^{2}-x$

$2x^{2}=1$ $x^{2}=\frac{1}{2}$ $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶- $a_n=a_1\times q^{n-1}$ $a_1(1+q^{3})=28$ $a_2+a_3=12$ $a_1\times q(1+q)=12$

$\frac{a_1(1+q^{3})}{a_1\times q(1+q)}=\frac{28}{12}=\frac{7}{3}$ $\frac{1-q+q^{2}}{q}=\frac{7}{3}$ $3(1-q+q^{2})=7q$

$3-3q+3q^{2}=7q$

$q_1=\frac{18}{6}=3$ $a_4=1\times 27=27^{q}$ 27 $3q^{2}-10q+3=0$

$q_2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ $a_1+a_4=27+1=28$

$a_2+a_3=9+3=12$

-۷ $a_n = a_1 \times q^{n-1}$ $\quad a_1 \times a_2 \times a_3 = 27 \quad a_1^3 \times q^3 = 27$

$a_2 = 3 \quad a_2 = a_1 \times q \Rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{a_1} \quad a_1 = 9 \quad q = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$a_1 = 1 \quad q = \frac{3}{1} = 3 \quad a_1 + \frac{9}{a_1} = 10 \quad a_1^2 + 9 = 10a_1$

$a_1 = 1 \quad a_2 = 1 \times 3 = 3 \quad a_3 = 1 \times 9 = 9 \quad 1, 3, 9$

۸- الف) $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{2} = 3 \quad \frac{a_3}{a_2} = \frac{18}{6} = 3 \quad S_n = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad q \neq 1$

$S_{10} = 2 \times \frac{3^{10} - 1}{3 - 1} = S_{10} = 3^{10} - 1 = 59049 - 1$

3^{10} ی

ب) $P_n = (a_1)^n \times q^{\frac{n(n-1)}{2}} \quad P_{10} = (2)^{10} \times (3)^{\frac{10 \times 9}{2}}$

$P_{10} = 2^{10} \times 3^{45} = 1024 \times 3^{45}$

-۹ $a_n = a_1 \times q^{n-1}$

$b_1 = a_2 - a_1 = a_1 q - a_1 = a_1(q-1)$

$b_2 = a_3 - a_2 = a_1 q(q-1)$

$b_3 = a_4 - a_3 = (a_1 q^2(q-1)$

$b_n = a_1 q^{n-1}(q-1) \quad b_4 = a_5 - a_4 = a_1 q^4 - a_1 q^3 = a_1 q^3(q-1)$

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_1 q^n (q-1)}{a_1 q^{n-1}(q-1)} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{q^n}{q^{n-1}} = q$

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q \quad$ جمله اول: $b_1 = a_1(q-1)$

۱۰- الف) $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$; $a, a+d, a+2d, a+ \dots a+(n-1)d$

$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-1)d)$

$S_n = [a + (n-1)d] + [a + (n-2)d] + \dots + (a+d) + a$

جمع دو رابطه: $[(n-1)d] + [(a+d) + a + (n-2)d] + \dots + [a + (n-1)d + a]$

هر دو سه تایی:

$a + [a + (n-1)d] = 2a + (n-1)d$

$2S_n = n[2a + (n-1)d] \quad \frac{2S_n}{2} = \frac{n \times [2a + (n-1)d]}{2}$

هر دو را بر ۲ تقسیم

ب) $S_n = a\left[\frac{q^n - 1}{q - 1}\right]$:

$S_n = a + aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1}$ ①

ضرب در q ② $\quad qS_n = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n$

معادله اول و ۲ را از هم کم کنیم: $qS_n - S_n = (aq + aq^2 + \dots aq^n)$

$-(a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1})$ تقسیم بر $(q-1)$

$S_n(q-1) = a(q^n - 1)$ فاکتورگیری از S_n:

$S_n = na$ اگر $q = 1$ آنگاه $\quad$ اگر $q \neq 1$