۲۰ آفرین

نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۳ کلاس دهم [illegible] A [illegible] شنبه‌ها

۱ ⓶

$t_1 = ۴۰$

$t_۴ = ۹۱$

$d = \frac{t_m - t_n}{m-n} = \frac{۹۱-۴۰}{۴-۱} = ۷$

$t_n = ۷n + ۳۳ \Rightarrow ۷n + ۳۳ = ۲۰۸ \Rightarrow ۷n = ۱۷۵ \Rightarrow \boxed{n = ۲۵}$ ✓

۲۵ اُمین جمله برابر ۲۰۸ می‌باشد.

۲ ⓶

$۱۰۰ \leqslant ۷n + ۳ \leqslant ۹۹۹$

$۹۷ \leqslant ۷n \leqslant ۹۹۶$

$\frac{۹۷}{۷} \leqslant n \leqslant \frac{۹۹۶}{۷}$

$۱۳/— \leqslant n \leqslant ۱۴۲/— \Rightarrow ۱۴ \leqslant n \leqslant ۱۴۲ \Rightarrow ۱۴۲ - ۱۴ + ۱ = \boxed{۱۲۹}$ عدد ✓

۳ ⓶

$a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = -۶n + ۱۲ \Rightarrow ۳A + ۳(n+1)d = ۳A + ۳nd + ۳d$

$a_n = A + (n-1)d \Rightarrow ۳A + ۳nd + ۳d = -۶n + ۱۲$

$۳d = -۶ \Rightarrow d = -۲ \;,\; ۳A + ۳d = ۱۲ \Rightarrow ۳A - ۶ = ۱۲ \Rightarrow A = ۶$

$a_n = ۶ + (n-1)(-۲) = ۸ - ۲n$

$a_۸ = ۸ - ۱۶ = -۸ \;,\; a_{۱۷} = ۸ - ۳۴ = -۲۶ \Rightarrow a_{۱۷} + a_۸ = -۲۶ - ۸ = \boxed{-۳۴}$ ✓

۴ ⓶

$a_۳ = ۲^x - ۱ \;,\; a_۸ = ۲^{x+1} \;,\; a_{۱۳} = ۲^{۲x} - ۳ \Rightarrow a_۳ = ۳ \;,\; a_۸ = ۸ \;,\; a_{۱۳} = ۱۳$

$a_۳ + a_۸ + a_{۱۳} = ۳ + ۸ + ۱۳ = \boxed{۲۴}$ ✓ جواب نهایی

$a_۸ - a_۳ = a_{۱۳} - a_۸ \Rightarrow ۲^{x+1} - (۲^x - ۱) = (۲^{۲x} - ۳) - ۲^{x+1}$

طرف چپ $\Rightarrow ۲^{x+1} - ۲^x + ۱ = ۲^x(۲-۱) + ۱ = ۲^x + ۱ \Rightarrow ۲^x + ۱ = ۲^{۲x} - ۳ - ۲^{x+1}$

طرف راست $\Rightarrow ۲^x + ۱ = ۲^{۲x} - ۲^{x+1} - ۳ \Rightarrow ۲^{۲x} - ۲^{x+1} - ۲^x - ۴ = ۰ \Rightarrow y = ۲^x$

$\Rightarrow ۰ = y^۲ - ۲y - y - ۴ = y^۲ - ۳y - ۴ \Rightarrow y = \frac{۳ \pm \sqrt{۲۵}}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴ \begin{cases} y = ۴ \Rightarrow ۲^x = ۴ \Rightarrow \boxed{x = ۲} \\ y = -۱ \; \times \end{cases}$ ✓

۵ ⓶

$a_{۱۲} - a_{۱۰} = ۵$

$a_{۱۲} + a_{۱۰} = ۲۵$

$a_{۱۰} = a_۱ + ۹d \;,\; a_{۱۲} = a_۱ + ۱۱d \Rightarrow (a_۱ + ۱۱d) - (a_۱ + ۹d) = ۵ \Rightarrow ۲d = ۵ \Rightarrow \boxed{d = ۲٫۵}$

$(a_۱ + ۱۱d) + (a_۱ + ۹d) = ۲۵ \Rightarrow ۲a_۱ + ۲۰d = ۲۵ \Rightarrow ۲a_۱ + ۵۰ = ۲۵ \Rightarrow \boxed{a_۱ = -۱۲٫۵}$

$a_{۲۱} = a_۱ + ۲۰d = -۱۲٫۵ + ۲۰(۲٫۵) = \boxed{۳۷٫۵}$ ✓

۶	۲	$S_۱ = \frac{۵}{۲}(۲a + ۴d) = ۵(a + ۲d)$ $S_۲ = \frac{۵}{۲}((a+۵d) + (a+۹d)) = \frac{۵}{۲}(۲a + ۱۴d) = ۵(a + ۷d)$ $۵(a + ۲d) = \frac{۱}{۳} \times ۵(a + ۷d) \xrightarrow{\times ۳} ۱۵(a + ۲d) = ۵(a + ۷d)$ $\Rightarrow ۱۵a + ۳۰d = ۵a + ۳۵d \Rightarrow ۱۰a = ۵d \Rightarrow a = \frac{d}{۲}$ $a_۲ = a + d = \frac{d}{۲} + d = \frac{۳d}{۲} \Rightarrow \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{\frac{۳d}{۲}}{\frac{d}{۲}} = \frac{۶\cancel{d}}{۲\cancel{d}} =$ (۳) ✓ جمله‌ی دوم سه برابر جمله‌ی اول است.
۷	۲	$t_n = t_{n-۳} + ۱۵$ $a + (n-۱)d = [a + (n-۴)d] + ۱۵$ $a + (n-۱)d = a + (n-۴)d + ۱۵$ $(n-۱)d - (n-۴)d = ۱۵$ $۳d = ۱۵ \Rightarrow d = ۵$ $\xRightarrow{\text{درنتیجه}} \frac{۴۰a + ۱۲۰۰}{a + ۳۰} =$ (۴۰) ✓ برابر $t_۵ = a + ۴d = a + ۲۰$ $t_۷ = a + ۶d = \boxed{a + ۳۰}$ $t_۹ = a + ۸d = a + ۴۰$ $t_۹^۲ - t_۵^۲ = (t_۹ - t_۵)(t_۹ + t_۵)$ $t_۹ - t_۵ = a + ۴۰ - (a + ۲۰) = ۲۰$ $t_۹ + t_۵ = a + ۴۰ + (a + ۲۰) = ۲a + ۶۰$ $۲۰ \times (۲a + ۶۰) = \boxed{۴۰a + ۱۲۰۰}$
۸	۲	$a_۱ = ۲(۱ - ۶\sqrt{۳}) = ۲ - ۱۲\sqrt{۳}$ $\quad d = \frac{b - a}{n + ۱}$ $a_{۱۴} = ۲ + \sqrt{۳}$ $d = \frac{a_{۱۴} - a_۱}{n + ۱} \Rightarrow \frac{(۲ + \sqrt{۳}) - (۲ - ۱۲\sqrt{۳})}{۱۳} = \frac{\cancel{۱۳}\sqrt{۳}}{\cancel{۱۳}} = \boxed{\sqrt{۳}}$ ✓
۹	۲	تعداد کل جمله‌ها $= (۴n - ۳) + ۲ = ۴n - ۱$ $a_{۴n-۱} = ۳۲ , a_۱ = ۲$ $a_{n+۱} = ۱۱$ $۳۲ = ۲ + (۴n - ۲)d \Rightarrow d = \frac{۳۰}{۴n - ۲} = \frac{۱۵}{۲n - ۱} \Rightarrow a_{n+۱} = ۲ + nd = ۱۱$ $\Rightarrow ۲ + n \times \frac{۱۵}{۲n - ۱} = ۱۱ \Rightarrow n \times \frac{۱۵}{۲n - ۱} = ۹ \Rightarrow ۱۵n = ۹(۲n - ۱) = ۱۸n - ۹$ $۳n = ۹ \Rightarrow \boxed{n = ۳}$ ✓ $\quad ۲ , \boxed{۵ , ۸ , ۱۱ , ۱۴ , ۱۷ , ۲۰ , ۲۳ , ۲۶ , ۲۹} , ۳۲ \quad ۴(۳) + (-۳) = ۹$ ابطه n برابر ۳ می‌باشد ✓
۱۰	۲	$a_n + a_{n+۴} = a_۳ + a_{۱۷}$ $a_۳ + a_{۱۷} = ۲a_{۱۰} , ۲a_{n+۲} = a_n + a_{n+۴} \Rightarrow a_{n+۲} = a_{۱۰} \Rightarrow n = ۸$ $\frac{n}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$ جمله‌ی ۸ام سه برابر جمله‌ی ۴ام $\Rightarrow a_۸ = ۳a_۴ \Rightarrow a_۸ = a_۱ + ۷d , a_۴ = a_۱ + ۳d$ $a_۱ + ۷d = ۳a_۱ + ۹d \Rightarrow -۲a_۱ - ۲d = ۰ \Rightarrow a_۱ = -d$ $a_m = a_۱ + (m - ۱)d \Rightarrow -d + (m - ۱)d = (m - ۲)d \Rightarrow \boxed{m = ۲}$ $-۲ , ۰ , \underset{\underset{۳}{\downarrow}}{(۲)} , \underset{\underset{\frac{n}{۲}}{\downarrow}}{(۴)} , ۶ , ۸ , ۱۰ , \underset{\underset{n}{\downarrow}}{(۱۲)} , ۱۴ , ۱۶ , ۱۸ , \underset{\underset{n+۴}{\downarrow}}{(۲۰)} , ۲۲ , ۲۴ , ۲۶ , ۲۸ \underset{\underset{۱۷}{\downarrow}}{(۳۰)}$ با مثال عددی جمله‌ی دوم برابر با صفر می‌باشد ✓