نام و نام خانوادگی پارسا ضیایی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۳ ..... کلاس چهم پیش A .....

۱

$a_1 = 40$
$a_4 = 61$ $\quad d = \frac{61-40}{4-1} = 7 \Rightarrow a_n = 7n + 33$

$7n + 3.3 = 208 \Rightarrow 7n = 175 \Rightarrow n = 25$
جمله ۲۵ام

۲

$101, 108, 115, 122, \dots,$
$a_n = 7n + 94 \longrightarrow 7n + 94 \leq 999 \Rightarrow 7n \leq 905 \Rightarrow n = 129$
۱۲۹ عدد

۳

$(a_3 + a_4 + a_5) - (a_1 + a_2 + a_4) = a_5 - a_1 = -6 \rightarrow d = \frac{-6}{5-2} = -2$
$-6(2) + 12 = 0 \quad -6(1) + 12 = 6$

$a_2 + a_3 + a_4 = 6 \Rightarrow (a_3 - d) + a_3 + (a_3 + d) = 6 \Rightarrow 3a_3 = 6 \Rightarrow a_3 = 2$
$a_8 = a_3 + 5d = 2 - 10 = -8$ $\quad a_8 + a_{17} = -8 - 26 = -34$
$a_{17} = a_3 + 14d = 2 - 28 = -26$

۴

$a_3 = 2^n - 1$
$a_8 = 2^{n+1}$
$a_{13} = 2^{2n} - 3$
$\Rightarrow 2^{2n} - 3 + 2^n - 1 = 2 \times 2^{n+1} \Rightarrow 2^{2n} + 2^n - 4 = 2^{n+2}$
$\Rightarrow (2^n)^2 + 2^n - 2^{n+2} - 4 = 0 \Rightarrow (2^n)^2 - 3(2^n) - 4 = 0 \Rightarrow (2^n - 4)(2^n + 1)$
$2^n = 4 \checkmark \rightarrow 2^n = -1$ غیرممکن ✗

$n = 2$ جایگذاری
$a_3 = 2^2 - 1 = 3$
$a_8 = 2^{2+1} = 8$
$a_{13} = 2^4 - 3 = 13$
$\rightarrow a_3 + a_8 + a_{13} = 3 + 8 + 13 = 24$

۵

$a_{10} + a_{12} = 25$
$a_{12} - a_{10} = 5$
$\Rightarrow 2a_{12} = 30 \Rightarrow a_{12} = 15 \Rightarrow a_{10} = 10 \rightarrow d = \frac{15-10}{2} = 2/5$

$a_{21} = a_{10} + 11d \Rightarrow a_{21} = 10 + \underbrace{11(2/5)}_{27/5} = 37/5$

۶

$$\frac{۳\times۵}{۲}(۲a_۱+۴d)=\frac{۵}{۲}(\underbrace{۲a_۱+۱۴d}_{a_۴+a_{۱۰}})\Rightarrow ۲a_۱+۱۲d=۲a_۱+۱۰d$$
$$\Rightarrow ۴a_۱=۲d\Rightarrow ۲a_۱=d$$
$$\frac{a_۲}{a_۱}=\frac{a_۱+d}{a_۱}=\frac{a_۱+۲a_۱}{a_۱}=۳$$

۷

$$t_n=t_{n-۲}+۱۵\Rightarrow t_۴=t_۱+۱۵\xrightarrow{t_۴=t_۱+۳d}۳d=۱۵\Rightarrow d=۵$$
$$\frac{t_۹^۲-t_۵^۲}{t_۷}=\frac{\overbrace{(t_۹+t_۵)}^{t_۷+t_۷}(t_۹-t_۵)}{t_۷}\Rightarrow\frac{۲t_۷(t_۹-t_۵)}{t_۷}=۲(t_۹-t_۵)\xrightarrow{t_۹-t_۵=۴d}$$
$$۲(۴d)=۲(۲۰)=۴۰$$

۲

$$d=\frac{۲+\sqrt{۳}-۲(۱-۶\sqrt{۳})}{۱۲+۱}=\frac{۲+\sqrt{۳}-۲+۱۲\sqrt{۳}}{۱۳}=\frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳}=\sqrt{۳}$$

۸

$$\left.\begin{array}{l}d=\dfrac{۳۰۲-۲}{۴n-۳+۱}=\dfrac{۳۰}{۴n-۲}\\ \text{جمله } n\text{ ام}=\text{واسطه }n\text{ ام}\\ d=\dfrac{۱۱-۲}{n+۱-۱}=\dfrac{۹}{n}\end{array}\right\}\Rightarrow d=d\Rightarrow\frac{۳۰}{۴n-۲}=\frac{۹}{n}\Rightarrow ۳۰n=۳۶n-۱۸$$
$$\Rightarrow ۶n=۱۸$$
$$\Rightarrow n=۳$$

۹

$$a_۳+a_{۱۷}=a_n+a_{n+۴}\Rightarrow ۲۰+۱۷=n+n+۴\Rightarrow n=۸$$
$$a_n=۳a_{\frac{n}{۲}}\xrightarrow{n=۸}a_۸=۳a_۴\Rightarrow a_۱+۷d=۳(a_۱+۳d)\Rightarrow a_۱+۷d=۳a_۱+۹d$$
$$\Rightarrow ۲a_۱=-۲d\Rightarrow a_۱=-d$$
$$a_۱+(n-۱)d=۰\xrightarrow[\downarrow a_۱]{a_۱=-d}-d+nd-d=۰\Rightarrow nd=۲d\Rightarrow n=۲\rightarrow\text{جمله دوم}$$

۱۰