

الف) $2, 11, 24, 47, 74$ ✓

ب) $\frac{3}{5}, \frac{5}{6}, 1, \frac{9}{8}, \frac{11}{9}$ ✓ (۲)

الف) $t_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}} \Rightarrow t_{13} = \frac{(-1)^{13}}{\sqrt{13+3}} = \frac{-1}{\sqrt{16}} = -\frac{1}{4}$ ✓ (۲)

ب) $t_n = 2n - \lfloor \frac{n}{4} \rfloor \Rightarrow t_{13} = 2 \times 13 - \lfloor \frac{13}{4} \rfloor = 26 - \lfloor 3.25 \rfloor \Rightarrow 26 - 3 = 23$ ✓ (۲)

الف) $t_n = 2n - 1 \rightarrow \frac{5}{-6+}$ $\Rightarrow t_1, t_2, t_3, t_4 \rightarrow$ منفی
 (۲ جمله منفی هستند t_4 تا t_1) ✓ (۲)

ب) $t_n = n^2 - 14n + 40 \rightarrow t_n = (n-10)(n-4) \rightarrow \frac{4}{+6-6+}$ $\rightarrow t_0, t_1, t_2, t_3, t_4$ منفی
 t_5 تا t_9 هستند ← (۵ جمله منفی هستند از t_9 تا t_5) ✓ (۲)

الف) $t_n = 2n - 17 \rightarrow \frac{1}{-6+}$ $\rightarrow t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8$ ناشی هستند
 (۸ جمله ناشی از t_8 تا t_1) ✓ (۲)

ب) $t_n = n^2 - 12n + 27 \Rightarrow t_n = (n-3)(n-9) \rightarrow \frac{3}{+6-6+}$ $\rightarrow t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9$ ناشی هستند
 (۷ جمله ناشی هستند از t_9 تا t_3) ✓ (۲)

$t_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} t_3 = 3a + b = 7 \\ t_9 = 9a + b = 22 \end{cases} \Rightarrow \Delta a = 15 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = -5$
 $\Rightarrow t_n = 3n - 5 \Rightarrow t_3 = 3 \times 3 - 5 = 4$ ✓ (۲)

الف) $t_n = n^2 - 4n + 2 \rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{4}{2} = 2 \\ t_{n \min} \rightarrow t_{n \min} = 2^2 - 1 \cdot 4 + 2 = -2 \end{cases}$

ب) $t_n = n^2 + 4n + 1 \rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow 2 \text{ چون } n \text{ نمی تواند منفی باشد و اینکه جمله عمومی دنباله باشد یک سهمی } \\ t_{n \min} \text{ min داراست و به ازای } n \text{ های مثبت روند صعودی دارد پس کمترین مقدار دنباله } t_1 \text{ است.} \end{cases}$

$t_1 = 1 + 4 + 1 = 6$

$t_n = -4, -7, -1, 1, 4, \dots \Rightarrow t_n = an^2 + bn + c$

$-4 = a + b + c$
 $-7 = 4a + 2b + c$
 $1 = 9a + 3b + c$

فرض $t_0 = c = -4 + 5 = 1$

$2a = 2 \Rightarrow a = 1 \rightarrow t_1 = a + b + c \Rightarrow -4 = 1 + b + 1 \Rightarrow b = -6$

$\Rightarrow t_n = n^2 - 6n + 1 \Rightarrow t_{10} = 10^2 - 6 \cdot 10 + 1 = 41$

$t_n = -2, -1, 1, 2, \dots \Rightarrow t_n = an^2 + bn + c$

$-2 = a + b + c$
 $-1 = 4a + 2b + c$
 $1 = 9a + 3b + c$

فرض $t_0 = c = -2 - 1 = -3$

$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow t_n = 2n^2 + bn - 3 \Rightarrow t_1 = 2 + b - 3 = -1 \Rightarrow b = -1$

$\Rightarrow t_n = 2n^2 - n - 3$

یا با هر اشتراک دوباره تعقی باشد یا با $a+4 = 2a+1$ تا اشتراک دوباره فقط یک مقدار باشد یعنی اشتراک دوباره فقط یک عضو داشته باشد.

$A = [2a+1, +\infty)$
 $B = (-\infty, a+4]$

$\Rightarrow A \cap B = \{a\} \Rightarrow a+4 < 2a+1 \Rightarrow a > 3$

$\{2a+1, a+4\} \Rightarrow a+4 = 2a+1 \Rightarrow a = 3$

$\Rightarrow a \geq 3$

الف) $3, 6, 9, 12, \dots, 99 \rightarrow t_n = 3n \rightarrow 3n = 99 \Rightarrow n = 33 \rightarrow t_1, t_{33} \rightarrow 3, 99$

ب) $5, 10, 15, 20, \dots, 95 \rightarrow t_n = 5n \rightarrow 5n = 95 \Rightarrow n = 19 \rightarrow t_1, t_{19} \rightarrow 5, 95$

ج) $15, 30, 45, 60, \dots, 90 \rightarrow t_n = 15n \rightarrow 15n = 90 \Rightarrow n = 6 \rightarrow t_1, t_6 \rightarrow 15, 90$

د) $\begin{cases} 3, 6, 9, \dots, 99 \rightarrow 3n \rightarrow 3n = 99 \Rightarrow n = 33 \\ 5, 10, 15, \dots, 95 \rightarrow 5n \rightarrow 5n = 95 \Rightarrow n = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 33 - 6 = 27 \\ 19 - 6 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27 \\ 13 \end{cases} \Rightarrow 40$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 19 - 6 = 46$