به نام خدا

مقطع : **دهم دختر C** | مبحث تکلیف : **توابع و خواص آنها** | تعداد صفحه : **۲**

آخرین مهلت ارسال: **چهارشنبه ۱۶/ ۰۷/ ۱۴۰۴** ساعت **۲۳:۵۹** | شماره‌ی تکلیف: **۹**

بسنا قراخانی (دهم دختر C)

ردیف	پاسخ سوالات در پاسخ‌برگ مجزا نوشته شود.	بارم

برای محاسبه‌ی برد توابع یک روش اصلی وجود دارد که در واقع ما از رابطه x را خارج می‌کنیم و سپس دامنه‌ی y ها را پیدا می‌کنیم.

۱ برد توابع زیر را به کمک روش اصلی بدست آورید.

الف) $y = x^2 - 5 \rightarrow x^2 = y+5 \rightarrow x = \pm\sqrt{y+5} \rightarrow y+5 \geq 0 \rightarrow y \geq -5 \quad R_f = [-5, +\infty)$

ب) $y = x^3 + 1 \rightarrow x^3 = y-1 \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow R_f = \mathbb{R}$

۲ برد توابع زیر را به کمک روش اصلی بدست آورید.

الف) $y = x^2 - 4x + 6 \rightarrow (x-2)^2 = y-2 \rightarrow x-2 = \sqrt{y-2} \rightarrow x = \sqrt{y-2}+2 \quad y-2 \geq 0 \rightarrow y \geq 2 \quad R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 5x + 1 \rightarrow y = (x-2/5)^2 - 5/25 \rightarrow y+5/25 = (x-2/5)^2 \rightarrow \sqrt{y+5/25}+2/5 = x$

$y \geq -5/25 \quad R_f = [-5/25, +\infty)$

۳ برد توابع زیر را به کمک روش اصلی بدست آورید.

الف) $y = \frac{x^2+3}{x^2-2} \rightarrow x^2 = \frac{2y+3}{y-1} \rightarrow x = \sqrt{\frac{2y+3}{y-1}} \geq 0 \rightarrow$ ریشه‌ها: $-\frac{3}{2}, 1$ ، ضابطه‌ها: $+, -, +$ ، $y < 1$ یا $y \geq -\frac{3}{2}$ ، $R_f = \mathbb{R} - [-\frac{3}{2}, 1)$

ب) $y = \frac{2|x|+1}{|x|-4} \rightarrow |x| = \frac{-4y-1}{y-2} = \frac{4y+1}{y-2} \geq 0 \rightarrow$ ریشه‌ها: $-\frac{1}{4}, 2$ ، ضابطه‌ها: $+, -, +$ ، $y < 2$ یا $y \geq -\frac{1}{4}$ ، $R_f = \mathbb{R} - (-\frac{1}{4}, 2]$

۴ برد تابع $y = \frac{1}{x^2 - 4x}$ را به کمک روش اصلی بدست آورید.

$y = \frac{1}{x(x-4)} \rightarrow 2y x^2 - 4y x - 1 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 16y^2 + 4y \geq 0 \rightarrow 4y(4y+1) \geq 0$ ریشه‌ها: $0, -\frac{1}{4}$ ، ضابطه‌ها: $+, -, +$ ، $y \leq -\frac{1}{4}$ یا $y > 0$ ، $R_f = \mathbb{R} - (-\frac{1}{4}, 0)$

برای پیدا کردن برد می‌توان از یک سری روش کمکی نیز استفاده کرد که از بعضی از آنها در این تکلیف استفاده می‌کنیم.

روش کمکی اول: مخصوص توابع با هسته درجه دوم که در واقع در این روش نمودار سهمی را رسم می‌کنیم و از عرض نقطه‌ی اکسترمم کمک می‌گیریم. درواقع داریم:

توابع مینیمم دار $\rightarrow R_f = [y_{min}, +\infty)$

توابع ماکسیمم دار $\rightarrow R_f = (-\infty, y_{max}]$

۵ برد توابع زیر را به روش کمکی اول بدست آورید.

الف) $y = x^2 - 6x + 2$ ، $\Delta = b^2 - 4ac$ ، Min ، $ext \left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a} \\ \frac{-\Delta}{4a} \end{matrix} \right. = \left| \begin{matrix} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{-28}{4} = -7 \end{matrix} \right.$ ، $\Delta = 36 - 8 = 28$

$R_f = [-7, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 4x + 2$ ، Max ، $ext \left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a} \\ \frac{-\Delta}{4a} \end{matrix} \right. = \left| \begin{matrix} \frac{-4}{-2} = 2 \\ \frac{-24}{-4} = 6 \end{matrix} \right.$ ، $\Delta = 16 + 8 = 24$

$R_f = (-\infty, 6]$

تذکر : در صورتی که مثلاً یک رادیکال یا هر عمل دیگری روی این توابع اعمال شده باشد می‌توانین برد هسته عبارت را بدست آوریم سپس آن عمل را روی برد اعمال می‌کنیم.

۶ برد توابع زیر را به کمک روش کمکی اول بدست آورید.

۲ الف) $y=\sqrt{x^2-6x+2}$ → min → $y_{ext}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-28}{4}=-7$ $R_f=[-7,+\infty)\xrightarrow{\sqrt{}}[0,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+4x+10}$ → $y_{ext}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-36}{-4}=14$ $R_f=(-\infty,14]\xrightarrow{\sqrt{}}[0,\sqrt{14}]$

روش کمکی دوم: در توابع چند ضابطه‌ای که بزرگ‌ترین توان آن‌ها فرد است برد تابع برابر $\mathbb{R}$ است. $R_f=\mathbb{R}$

۷ برد توابع زیر را به کمک روش کمکی دوم بدست آورید.

۲ الف) $y=x^7+3x^4+2x+1$ → $R_f=\mathbb{R}$

ب) $y=\sqrt{x^5+4x^2+6x+1}$ → $R_f=\mathbb{R}\xrightarrow{\sqrt{}}[0,+\infty)$

روش کمکی سوم: در توابع هموگرافیک به فرم $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ داریم: $R_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{a}{c}\right\}$

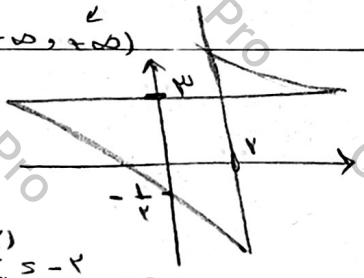
۸ برد توابع زیر را به کمک روش کمکی سوم پیدا کنید.

۲ الف) $y=\frac{3x+1}{2x-2}$ → $R_f=\mathbb{R}-\{3\}$

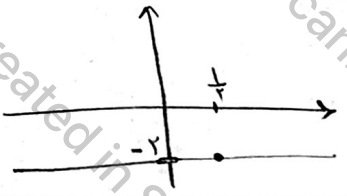
ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{2x+3}}$ → $R_f=\mathbb{R}-\{2\}\xrightarrow{\sqrt{}}R_f=[0,+\infty)-\{2\}$

۹ نمودار توابع زیر را رسم کنید.

۲ الف) $y=\frac{3x+1}{2x-2}$



ب) $y=\frac{4x-2}{1-2x}=\frac{2(2x-1)}{-(2x-1)}=-2$



$R_f=\{-2\}$

روش کمکی چهارم: در توابع به فرم $y=a+\frac{1}{a}$ داریم:

$$y=a+\frac{1}{a}\rightarrow\begin{cases}a>0\longrightarrow[2,+\infty)\\ a<0\longrightarrow(-\infty,-2]\end{cases}$$

۱۰ برد توابع زیر را بدست آورید.

۲ الف) $y=\cos^2 x+\frac{1}{\cos^2 x}$ → $R_f=[2,+\infty)$

ب) $y=\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x}}$ → $\frac{x^2}{x}+\frac{1}{x}$ → $x+\frac{1}{x}\xrightarrow{\sqrt{}}R_f=(-\infty,\sqrt[3]{-2})\cup(\sqrt[3]{2},+\infty)$