"الهام خدا"

نام و نام خانوادگی ......نیایش نیرالله‌یان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۹... کلاس ...نهم ریاضی...

۱

روش اصلی ← x را از معادله خارج کرده و دامنه y را محاسبه کنیم ←

الف) $y=x^2-5 \to x^2=y+5 \xrightarrow{\text{راه ۱}} x=\pm\sqrt{y+5} \to$ زیر $\sqrt{\ } \geq 0$

راه ۲ ← چون $x^2 \geq 0$ است $\Rightarrow y+5\geq 0 \Rightarrow$ y: -5 ($-$ | $+$) $\Rightarrow R_f=[-5,+\infty)$

ب) $y=x^3+1 \to x^3=y-1 \to x=\sqrt[3]{y-1} \to$ زیر $\sqrt{\ }$ با فرجه فرد محدودیت ندارد $\Rightarrow R_f=\mathbb{R}$

(راه ۲ ← چند جمله‌ای درجه فرد بود $\Leftarrow$ برد آن $\mathbb{R}$)

۲

الف) $y=x^2-4x+4+2 \to y=(x-2)^2+2 \to (x-2)^2=y-2 \to x-2=\pm\sqrt{y-2} \to x=\pm\sqrt{y-2}+2$

زیر $\sqrt{\ }$ باید ≥ 0

راه ۲ ← $(x-2)^2\geq 0 \Rightarrow y-2\geq 0$ باید

$\Rightarrow y-2=0$ ریشه $y=2$; y: 2 ($-$ | $+$) $\to R_f=[2,+\infty)$

ب) $y=x^2-2(\frac{5}{2}x)+\frac{25}{4}-\frac{21}{4} \to y=(x-\frac{5}{2})^2-\frac{21}{4} \to (x-\frac{5}{2})^2=y+\frac{21}{4} \to x=\pm\sqrt{y+\frac{21}{4}}+\frac{5}{2} \to$ زیر رادیکال با فرجه زوج ≥ 0

$\to y+\frac{21}{4}\geq 0 \to y\geq\frac{-21}{4} \to R_f=[\frac{-21}{4},+\infty)$

۳

الف) $\xrightarrow{\text{راه ۱}} x^2y-2y=x^2+3 \to x^2y-x^2=2y+3 \to x^2(y-1)=2y+3 \to x^2=\frac{2y+3}{y-1} \Rightarrow \frac{2y+3}{y-1}\geq 0$ باید

$\xrightarrow[\text{(الگو)}]{\text{راه ۲}} \left(y=\frac{ax+b}{cx+d} \to x=\frac{-dy+b}{cy-a}\right) \to x^2=\frac{2y+3}{y-1} \to x=\pm\sqrt{\frac{2y+3}{y-1}} \to$ زیر رادیکال با فرجه زوج ≥ 0 $\Rightarrow$ y: $\frac{-3}{2}$, 1 ($+$ | $-$ | $+$)

($\xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} 2y+3=0 \to y=\frac{-3}{2}$ / $y-1=0 \to y=1$ (تعریف نشده ق)) $\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-(\frac{-3}{2},1]=(-\infty,\frac{-3}{2}]\cup(1,+\infty)$

ب) $\xrightarrow{\text{الگو}} |x|=\frac{4y+1}{y-2} \to$ چون $|x|\geq 0 \Leftarrow$ کسرهم باید ≥ 0 باشد $\to$ ریشه‌ها $\begin{cases}4y+1=0 \to y=\frac{-1}{4}\\ y-2=0 \to y=2\end{cases} \Rightarrow$ y: $\frac{-1}{4}$, 2 ($+$ | $-$ | $+$)

$\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-(\frac{-1}{4},2]=(-\infty,\frac{-1}{4}]\cup(2,+\infty)$

۴

$y=\frac{1}{x^2-4x+4-4}=\frac{1}{(x-2)^2-4} \to (x-2)^2y-4y=1 \to (x-2)^2y=1+4y \to (x-2)^2=\frac{4y+1}{y}$

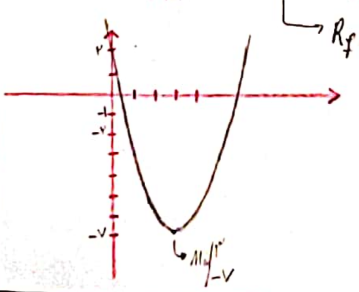
$x=\pm\sqrt{\frac{4y+1}{y}}+2 \Rightarrow$ زیر رادیکال با فرجه زوج باید ≥ 0 $\Rightarrow$ ریشه‌ها $\begin{cases}4y+1=0 \to y=\frac{-1}{4}\\ y=0\end{cases} \to$ y: $\frac{-1}{4}$, 0 ($+$ | $-$ | $+$)

$\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-(\frac{-1}{4},0]=(-\infty,\frac{-1}{4}]\cup(0,+\infty)$

۵

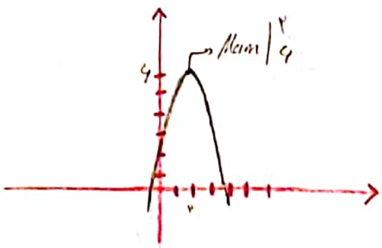
الف) $\xrightarrow{a>0}$ Min (Min(عرض رأس)) $\begin{vmatrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3 \to \frac{-(-6)}{2}\\ -7 \to (\frac{4ac-b^2}{4a})\end{vmatrix} \Rightarrow R_f=[-7,+\infty)$

$R_f=[y_{min},+\infty)$



ب) $\xrightarrow{a<0}$ Max $\begin{vmatrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2\\ 6\end{vmatrix} \Rightarrow R_f=(-\infty,6]$

$R_f=(-\infty,y_{max}]$



۶

الف) $\xrightarrow[\text{برای همه}]{a>0}$ Min $\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix}3\\ -7\end{matrix}\right.$ → برد همه $=[-7,+\infty)$ (y_{min})

حال باید √ را روی آن اعمال کنیم ←

$R_f=\sqrt{[-7,+\infty)}=[0,+\infty)$

چون اعداد منفی زیر √ با فرجه ۲ تعریف نمی‌شوند و باید که ۰ بگذاریم.

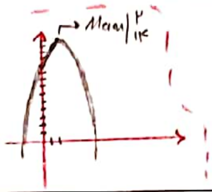
(شکل تابع همه‌ی را در سوال ۵ رسم کرده‌ام)

ب) $\xrightarrow[\text{برای همه}]{a<0}$ Max $\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix}\frac{-4}{-2}\\ \frac{-40-16}{-4}\end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix}2\\ 14\end{matrix}\right.$ → برد همه $=(-\infty,14]$ (y_{max})

← اعمال √ ←

$R_f=\sqrt{(-\infty,14]}=[0,\sqrt{14}]$

شکل همه تابع:



۷

الف) چند جمله‌ای بزرگترین توانش فرد است $\xrightarrow{\text{کلی ۲}}$ $R_f=\mathbb{R}$

ب) همه عبارت ⟸ برای عبارت زیر √: $\mathbb{R}$ است و باید √ را روی این بازه اثر بدیم ⟹ $(\sqrt{\mathbb{R}})$ → $R_f=[0,+\infty)$

برای اعمال با فرجه زوج ≥ 0

۸

الف) چون $c\neq 0$ و $-6\neq 1$ ⟸ تابع هموگرافیک است $\xrightarrow{\text{راه ۳}}$ $R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$ ⟹ $R_f=\mathbb{R}-\{3\}$

$ad\neq cb$

ب) چون $c\neq 0$ و $12\neq 1$ ⟸ همه‌ی تابع هموگرافیک است ⟹ برد همه $=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$ ⟹ برد همه $=\mathbb{R}-\{4\}$ → حال با √ را روی آن اعمال کنیم ←

$R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}}=[0,+\infty)-\{2\}$

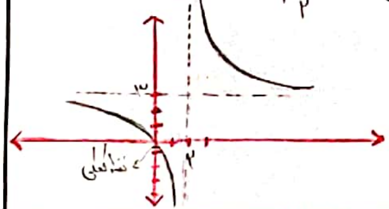
۹

الف) مجانب قائم → ریشه مخرج $=x$ → $x-2=0$، $x=2$

مجانب افقی ⟹ $y=\frac{a}{c}$ → $y=3$

⟹ (تابع حول نقطه $\begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix}$ محل برخورد)

نقطه تلاقی $\xleftarrow{x=0}$ $y=\frac{3(0)+1}{(0)-2}=\frac{-1}{2}$ ← $\begin{vmatrix}0\\-\frac{1}{2}\end{vmatrix}$ روی این تابع است.



تابع چون $c\neq0$ و $ad\neq bc$ است، هموگرافیک است ($c=1\neq0$ / $-6\neq1$)

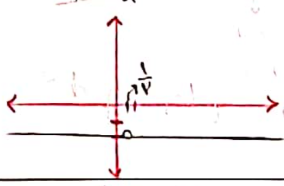
ب) $c=-2\neq 0$ ✓ (در تابع ثابت ما برد تک عضوی است) ←

اما $ad=bc$ است ↪ $4=(-2)(-2)$ ⟹ تابع هموگرافیک نیست ⟹ تابع ثابت است

(می‌توان صورت و مخرج ضابطه را ساده کرد:)

$y=\frac{-2(1-2x)}{1-2x}=-2 \Rightarrow R_f=\{-2\}$

* ریشه مخرج: $1-2x=0$ → $x=\frac{1}{2}$ ⟸ دامنه تابع $\frac{1}{2}$ را شامل نمی‌شود ⟸ این نقطه را رسم می‌کنیم توخالی



۱۰

الف) $\cos^2x>0$ (چون در مخرج هم هست $0\neq$) ⟺ $y=a+\frac{1}{a}$; $a>0 \Rightarrow y\in[2,+\infty)$; $(a+\frac{1}{a}\geq 2)$; $\cos^2x+\frac{1}{\cos^2x}$ ↩ در اینجا $\cos^2x=a$

$\Longrightarrow y=\cos^2x+\frac{1}{\cos^2x}\geq 2 \Rightarrow R_f=[2,+\infty)$

ب) $y=\sqrt[3]{x+\frac{1}{x}}$ → برد همه $=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

چون $x=a$ و $x>0 \to x+\frac{1}{x}\geq 2$ ، $x<0 \to x+\frac{1}{x}\leq -2$

باید ∛ را اعمال کنیم → (محدودیتی ندارد از نظر دامنه زیر رادیکال با فرجه فرد)

$R_f=\sqrt[3]{(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)}$

$=(-\infty,-\sqrt[3]{2}]\cup[\sqrt[3]{2},+\infty)$