۱

الف) $y = x^2 - 5 \rightarrow x^2 = y + 5 \rightarrow x = \sqrt{y+5} \Rightarrow y + 5 \geq 0$

$y \geq -5 \Rightarrow R_f = [-5, +\infty)$

ب) $y = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = y - 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow R_f = \mathbb{R}$

۲

الف) $y = x^2 - 4x + 6 \quad y = (x-2)^2 + 2 \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{y-2}$

$x - 2 = \pm\sqrt{y-2} \overset{+4}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{y-2} + 2 \Rightarrow y - 2 \geq 0 \Rightarrow y \geq 2$

$R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y = x^2 - 5x + 1 + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \Rightarrow$

$y = x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{21}{4} \Rightarrow y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{21}{4} \Rightarrow \sqrt{(x-\frac{5}{2})^2} = \sqrt{y + \frac{21}{4}}$

$x - \frac{5}{2} = \pm\sqrt{y + \frac{21}{4}} \Rightarrow x = \pm\sqrt{y + \frac{21}{4}} + \frac{5}{2} \rightarrow y + \frac{21}{4} \geq 0$

$y \geq \frac{-21}{4} \rightarrow R_f = [\frac{-21}{4}, +\infty)$

۳

الف) $y = \frac{x^2+3}{x^2-2} \rightarrow x^2 y - 2y = x^2 + 3 \rightarrow x^2 y - x^2 = 3 + 2y$

$x^2(y-1) = 3 + 2y \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{3+2y}{y-1}} \rightarrow x = \sqrt{\frac{2y+3}{y-1}}$

	$-\frac{3}{2}$		1	
	+	0 −	∄	+

$R_f = (-\infty, \frac{-3}{2}] \cup (1, +\infty)$

ب) $y = \frac{2|x|+1}{|x|-4} \rightarrow y|x| - 4y = 2|x| + 1 \rightarrow y|x| - 2|x| = 4y + 1$

$|x|(y-2) = 4y + 1 \Rightarrow |x| = \frac{4y+1}{y-2} \Rightarrow \frac{4y+1}{y-2} \geq 0$

	$-\frac{1}{4}$		2	
	+	0 −	∄	+

$R_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (2, +\infty)$

باید بتوان قدر مطلق ۰ یا مثبت شد

$y=\frac{١}{x^{٢}-٤x} \Rightarrow yx^{٢}-٤yx=١ \rightarrow yx^{٢}-٤yx-١=٠$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{٢a} \Rightarrow \Delta=١٦y^{٢}+٤y \rightarrow$

$x=\frac{٤y\pm\sqrt{١٦y^{٢}+٤y}}{٢y} \rightarrow ١٦y^{٢}+٤y\geq ٠ \rightarrow ٤y(٤y+١)\geq ٠$

$-\frac{١}{٤}$ ٠

$+$ $-$ $+$

$R_f=(-\infty, -\frac{١}{٤}]\cup(٠, +\infty)$

الف) $x^{٢}-٦x+٢$ $ext_{a>٠}$ $\begin{cases} x=\frac{-b}{٢a}=\frac{٦}{٢}=٣ \\ y=\frac{-\Delta}{٤a} \Rightarrow \frac{-(b^{٢}-٤ac)}{٤}=\frac{-(٣٦-٨)}{٤}=-٧ \end{cases}$

$R_f=[-٧, +\infty)$

$R_f=(y_{min}, +\infty)$

ب) $y=-x^{٢}+٤x+٢$ $ext_{a<٠}$ $\begin{cases} x=\frac{-b}{٢a}=\frac{-٤}{-٢}=٢ \\ y=\frac{-\Delta}{٤a}=٦ \end{cases}$

$R_f=(-\infty, y_{max}]$

$R_f=(-\infty, ٦]$

الف) $y=\sqrt{x^{٢}-٦x+٢}=ext_{a>٠}$ $\begin{cases} x=\frac{-b}{٢a}=\frac{٦}{٢}=٣ \\ y=\frac{-\Delta}{٤a}=-٧ \end{cases}$

$R_f=\sqrt{[-٧, +\infty)}$

$R_f=[٠, +\infty)$

چون اعداد از اولین عدد تا منفی یعنی صفر شروع
منفی جذر نمی دهند می شه

ب) $g=\sqrt{-x^{٢}+٤x+١٠}=ext_{a<٠}$ $\begin{cases} x=\frac{-b}{٢a}=\frac{-٤}{-٢}=٢ \\ y=\frac{-\Delta}{٤a}=١٤ \end{cases}$

$R_f=\sqrt{(-\infty, ١٤]}$

$R_f=[٠, \sqrt{١٤}]$

الف) $y = x^7 + 3x^4 + 2x + 1$ $\quad R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \sqrt{x^8 + 4x^2 + 6x + 1}$ $\quad R_f = [0, +\infty)$ چون اعداد منفی بجز (...) نمی دهند فقط + ها در برد هستند ۷

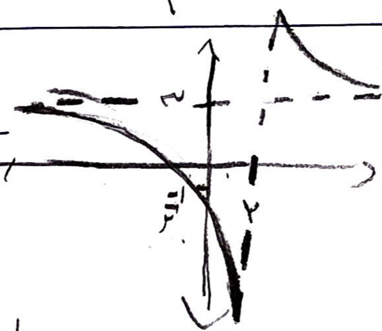
الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ ($a=3$, $b=1$, $c=1$, $d=-2$) $\rightarrow ad \neq cb \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\} \rightarrow$

$R_f = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{1x+3}}$ ($a=4$, $b=1$, $c=1$, $d=3$) $\rightarrow R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{\frac{a}{c}}\} \Rightarrow$ ۸

$R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{\frac{4}{1}}\}$ ($=2$)

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$



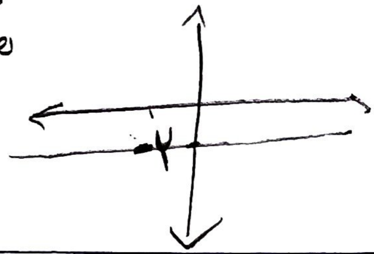
$x = 0$
$y = -\frac{1}{2}$

مجانب قائم ← ریشه مخرج $x=2$ ← 2

مجانب افقی $y = \frac{a}{c}$ ← 3 ۹

ب) $y = \frac{4x-2}{1-2x}$ ($a=4$, $b=-2$, $c=-2$, $d=1$) $\quad ad = cb \Rightarrow$ همگرافیک ثابت

$y = \frac{-2(1-2x)}{1-2x} = -2$



الف) $y = \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}$ ($\cos^2 x = a^2$) $\rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} \Rightarrow a^2 > 0 \rightarrow R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x}} \rightarrow \sqrt[3]{\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x}} \Rightarrow \sqrt[3]{x + \frac{1}{x}}$ $\quad x>0$ و $x<0$ ۱۰

$R_f = \sqrt[3]{(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)} \Rightarrow R_f = (-\infty, -\sqrt[3]{2}] \cup [\sqrt[3]{2}, +\infty)$