Subject مهسا نامنراغتی - گروه پنجشنبه - دهم دختر ۲

Year. Mont. Day. ( ) تکلیف شماره ۹

۱) الف) $y=x^۲-۵ \to x^۲=y+۵ \to x=\pm\sqrt{y+۵}$

$y+۵ \geqslant ۰ \to y \geqslant -۵ \to \boxed{R_f=[-۵,+\infty)}$

ب) $y=x^۳+۱$ $\boxed{R_f=\mathbb{R}}$

---

۲) الف) $y=x^۲-۴x+۶ \to y=x^۲-۴x+۴+۲$

$y=(x-۲)^۲+۲ \to y-۲=(x-۲)^۲ \to x-۲=\pm\sqrt{y-۲}$

$x=\pm\sqrt{y-۲}+۲ \to y-۲ \geqslant ۰ \to y \geqslant ۲$

$\boxed{R_f=[۲,+\infty)}$

ب) $y=x^۲-۵x+۱ \to x^۲-۵x+۱-y=۰ \to x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$

$\Delta=b^۲-۴ac=(-۵)^۲-۴\times۱\times(۱-y)=۲۵-۴(۱-y)$

$x=\dfrac{۵\pm\sqrt{۲۵-۴(۱-y)}}{۲} \to ۲۵-۴(۱-y)\geqslant۰ \to ۲۵-۴+۴y\geqslant۰ \to ۲۱+۴y\geqslant۰$

$۴y\geqslant-۲۱ \to y\geqslant\dfrac{-۲۱}{۴} \to y\geqslant-۵{,}۲۵$

$R_f=[-۵{,}۲۵,+\infty)=\boxed{[-\dfrac{۲۱}{۴},+\infty)}$

---

۳) الف) $y=\dfrac{x^۲+۳}{x^۲-۲} \to x^۲+۳=yx^۲-۲y \to x^۲-yx^۲=-۲y-۳ \to x^۲(۱-y)=-۲y-۳$

$x^۲=\dfrac{-۲y-۳}{۱-y} \to x=\pm\sqrt{\dfrac{-۲y-۳}{۱-y}} \to \dfrac{-۲y-۳}{۱-y}\geqslant۰ \to \dfrac{-۲y-۳}{۱-y}$ $\to -\dfrac{۳}{۲}$ ، $\to ۱$

$-\dfrac{۳}{۲}$ ، ۱ : + ۰ − تن +

$\to \boxed{R_f=(-\infty,-\dfrac{۳}{۲}]\cup(۱,+\infty)}$

ب) $\dfrac{۲|x|+۱}{|x|-۴} \to ۲|x|+۱=y|x|-۴y \to ۲|x|-y|x|=-۴y-۱$

$|x|(۲-y)=-۴y-۱ \to |x|=\dfrac{-۴y-۱}{۲-y} \to \dfrac{-۴y-۱}{۲-y}\geqslant۰$ $\to -\dfrac{۱}{۴}$ ، $\to ۲$

$-\dfrac{۱}{۴}$ ، ۲ : + ۰ − تن +

$\to \boxed{R_f=(-\infty,-\dfrac{۱}{۴}]\cup(۲,+\infty)}$

۴)

$$y=\frac{۱}{x^{۲}-۴x} \rightarrow ۱=yx^{۲}-۴xy \rightarrow \overset{a}{y}x^{۲}\overset{b}{-۴}xy\overset{c}{-۱}=۰$$

$$\Delta=b^{۲}-۴ac=(-۴y)^{۲}-۴\times y(-۱)=۱۶y^{۲}+۴y$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{۴y\pm\sqrt{۱۶y^{۲}+۴y}}{۲y} \rightarrow y\neq ۰$$

$$۱۶y^{۲}+۴y\geqslant ۰ \rightarrow ۴y(۴y+۱)\geqslant ۰$$

$$۰ \qquad -\frac{۱}{۴}$$

$$+ \quad -\frac{۱}{۴} \quad - \quad ۰ \quad +$$

$$\boxed{R_f=(-\infty,-\tfrac{۱}{۴}]\cup[۰,+\infty)}$$

---

۵)

الف) $y=x^{۲}-۶x+۲ \qquad a>۰ \rightarrow min$

$$min=\frac{-b}{۲a}=\frac{-(-۶)}{۲\times ۱}=\frac{۶}{۲}=۳ \qquad y_{min}=۳^{۲}-۶\times ۳+۲=۹-۱۸+۲=-۷$$

$$\boxed{R_f=[-۷,+\infty)}$$

ب) $y=-x^{۲}+۴x+۲ \qquad a<۰ \rightarrow max$

$$max=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{۲(-۱)}=\frac{-۴}{-۲}=۲ \qquad y_{max}=-۲^{۲}+۴\times ۲+۲=-۴+۸+۲=۶$$

$$\boxed{R_f=(-\infty,۶]}$$

---

۶)

الف) $y=\sqrt{x^{۲}-۶x+۲} \rightarrow y=x^{۲}-۶x+۲ \qquad a>۰ : min$

$$min=\frac{-b}{۲a}=\frac{-(-۶)}{۲\times ۱}=\frac{۶}{۲}=۳ \qquad y=۳^{۲}-۶\times ۳+۲=-۷ \rightarrow [-\sqrt{۷},+\infty)$$

$$\boxed{R_f=[۰,+\infty)}$$

ب) $y=\sqrt{-x^{۲}+۴x+۱۰} \rightarrow y=-x^{۲}+۴x+۱۰ \rightarrow a<۰ : max$

$$max=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{۲(-۱)}=\frac{-۴}{-۲}=۲ \rightarrow y=-۲^{۲}+۴\times ۲+۱۰=-۴+۸+۱۰=۱۴$$

$$(-\infty,+\sqrt{۱۴}]$$

$$\boxed{R_f=(۰,\sqrt{۱۴}]}$$

Subject

Year . Mont . Day . ( )

⑦

الف) $y = x^7 + 3x^4 + 2x + 1 \rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R}}$

ب) $y = \sqrt{x^5 + 4x^2 + 4x + 1} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \boxed{R_f = [0, +\infty)}$

⑤

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R} - \{3\}}$

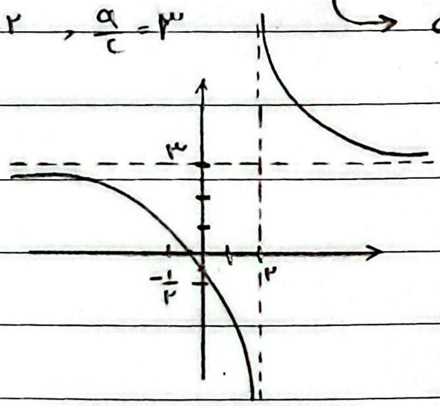
ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x+3}} \rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R} - \{2\}}$

⑨

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ تابع هموگرافیک → مجانب قائم = ۲

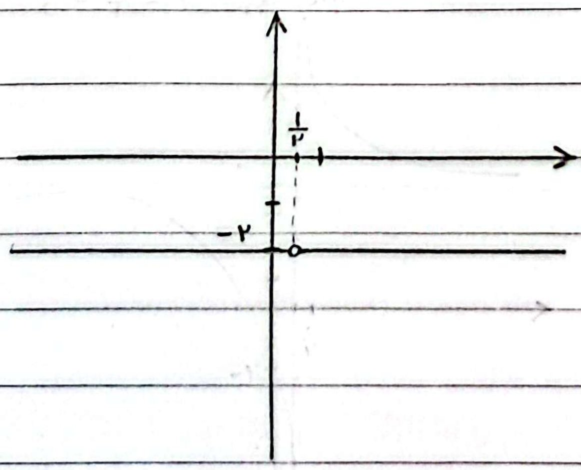
→ مجانب افقی = ۳

$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$, $\frac{a}{c} = 3$



ب) $\frac{4x-2}{1-2x} \rightarrow y = \frac{-2(-2x+1)}{1-2x} = \frac{-2(1-2x)}{1-2x} = -2$

$y = -2$



۱۰

الف) $y = \cos^{۲} x + \frac{1}{\cos^{۲} x} \rightarrow a + \frac{1}{a} \rightarrow a = \cos^{۲}$

$a = \cos^{۲} > ۰ \rightarrow \boxed{R_f = [۲, +\infty)}$

ب) $y = \sqrt[۳]{\frac{x^{۲}+1}{x}} = \sqrt[۳]{\frac{x^{۲}}{x} + \frac{1}{x}} = \sqrt[۳]{x + \frac{1}{x}}$

$\boxed{R_f = (-\infty, -\sqrt[۳]{۲}] \cup [\sqrt[۳]{۲}, +\infty)}$