سوال ۱)

الف) $Df: x|x|>0 \rightarrow x>|x| \rightarrow Df=[0,+\infty)$, $Dg=\mathbb{R}$ ✗

ب) $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+1}=1$, $g(x)=1 \Rightarrow Df=Dg=\mathbb{R}$ ✓

ج) $f(x)=\frac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}=2\sin x$, $g(x)=2\sin x$ $Df=Dg=\mathbb{R}$ ✓

د) $f(x)=\frac{x}{|x|} \rightarrow Df=\mathbb{R}-\{0\}$ $g(x)=\frac{|x|}{x} \rightarrow Dg=\mathbb{R}-\{0\}$, $Df=Dg$ ✓

سوال ۲)

الف) $f(x)=\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right]$, $g(x)=\left[x-[x]\right] \Rightarrow Df=Dg=\mathbb{R}$ ✓

ب) $\frac{1}{[2x]} \rightarrow [2x] \neq 0 \rightarrow 2x \neq [0\ 1) \rightarrow Df=(-\infty\ 0)\cup[\frac{1}{2}\ +\infty)$ ✗

$2[x] \neq 0 \rightarrow [x] \neq 0 \rightarrow x \neq [0\ 1) \rightarrow Dg=(-\infty\ 0)\cup[1\ +\infty)$

ج) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ ⊕ ✗ ⊖ ✗ ⊙ ✗ $Df=\emptyset$, $g(x)=$ ⊕ ✗ ⊖ ✓ ⊙ ✗ $Df=(-\infty\ 0)$ ✗

د) $f(x)=\frac{x^3-x}{x-1}=\frac{x(x^2-1)}{x-1}=x(x+1)=x^2+x$ $Df=\mathbb{R}=Dg$ ✓

سوال ۳)

$f(x)+g(x)=x^2+x+1$, $f(x)-g(x)=x^2-x+1$

$f^2(x)-g^2(x)=?$ $f(x)=?$ $g(x)=?$

$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^2+x+1 \\ f(x)-g(x)=x^2-x+1 \end{cases} \longrightarrow 2f(x)=2x^2+2 \Rightarrow 2f(x)=2(x^2+1) \Rightarrow f(x)=x^2+1$

$g(x)=x$ $f^2(x)=(x^2+1)^2=x^4+1+2x^2$, $g^2(x)=x^2$

$f^2(x)-g^2(x)=x^4+2x^2+1-x^2=x^4+x^2+1$

سوال ۴)

$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$, $g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$

$Df \rightarrow x^2-4>0 \rightarrow Df=(-\infty\ -2]\cup[2\ +\infty)$

$Dg \rightarrow x^2-4>0 \rightarrow Dg=(-\infty\ -2]\cup[2\ +\infty)$

$f \times g=(-\infty\ -2]\cup[2\ +\infty)$

NOTEBOOK — SUBJECT

سوال ۵)

$x^۲ - mx + n = r(۲x^۲ - ۳x - ۵) = x^۲ - mx + n = ۲rx^۲ - ۳rx - ۵r$ *

$ax + ۲ = r(x - b) = \frac{۱}{۲}(x - b) \to a = \frac{۱}{۲}$ (ضریب x) , $-\frac{۱}{۲}b = ۲ \Rightarrow b = -۴$

$am - bn = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲}) - (-\frac{۴}{۲} \times -\frac{۵}{۷}) = \frac{۳}{۴} - ۱۰ = \frac{-۳۷}{۴}$

* $۱ = ۲r \Rightarrow r = \frac{۱}{۲}$ $\quad -m = -۳r \Rightarrow +\frac{۳}{۲} = m$ $\quad n = -۵r \Rightarrow n = -\frac{۵}{۲}$

سوال ۶)

$۸x + b \neq ۰ \to x \neq -\frac{b}{۸} \Rightarrow a = \frac{-b}{۸}$ $\quad bx + ۲ = (۸x + b)c \Rightarrow bx + ۲ = ۸xc + bc$

$b = ۸c$ یا $c = \frac{b}{۸}$ / $۲ = bc \to c = \frac{۲}{b}$ / $۲ = bc = ۸c^۲ \Rightarrow c^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow c = \pm\frac{۱}{۲}$

$a = \frac{-b}{۸} = -\frac{۸c}{۸} = -c \to \frac{ab}{c} = \frac{-cb}{c} = -b \to$ ☆ $c = \frac{۱}{۲} \to -۸ - \frac{۱}{۲} = -۴$

☆ $c = -\frac{۱}{۲} \to +۸x + \frac{۱}{۲} = ۴$

سوال ۷)

$f = \{(-۱, ۲)(۲, ۴)(۳, -۲)(۰, +\frac{۱}{۲})\}$

$g = \{(۲, ۴)(۳, ۶)(-۱, -۴)(۵, ۰)\} \to$ برد $= \frac{۳g}{f+g}$ $\quad R = \{۴, ۳, ۱\}$

سوال ۸)

$g = \{(۲, -۱)(-۳, ۱)(a - ۳b, ۵)\}, f = \{(۲, a)(-۳, ۳a - ۲b)(c, ۵)(۲, d)\}$

$a = d = -۱$ / $\boxed{۳a}_{\to -۳} - ۲b = ۱ \to -۲b = ۴ \Rightarrow b = -۲$ $\quad \frac{a - ۳b}{۶} = c \Rightarrow c = ۵$

$d + c = -۱ + ۵ = \boxed{۴}$

سوال ۹)

$-x^۲ + x - m \geq ۰ \to \Delta = b^۲ - ۴ac \to ۱ - ۴m$ [illegible] باشه $\to ۱ - ۴m = ۰ \Rightarrow ۴m = ۱ \Rightarrow m = \frac{۱}{۴}$

$-x^۲ + x - \frac{۱}{۴} \to x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{-۲} = \frac{۱}{۲}$, $f(\frac{۱}{۲}) = ۰$

$g(x) = \{(\frac{۱}{۲}, ۰)\} \to a + b = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

سوال ۱۰)

پرواضح $= (۲x + a)(x - c) = ۲(x^۲ + ۶x + b) \to ۲x^۲ - ۲xc + ax - ac = ۲x^۲ + ۱۲x + ۲b$

$-۲xc + ax - ac = ۱۲x + ۲b \to x(a - ۲c) - ac = ۱۲x + ۲b \to a - ۲c = ۱۲$ / $-ac = ۲b \Rightarrow b = \frac{-ac}{۲}$

$(x - c)^۲ = x^۲ + ۶x + b \to x^۲ - ۲xc + x^۲ = x^۲ + ۶x + b \Rightarrow -۲c = ۶ \Rightarrow c = -۳$, $b = ۹$

$a - ۲c = ۱۲ \to a = ۶$ $\quad a + b + c = \boxed{۱۲}$