

۱) $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x$
 $\Rightarrow D_f = [-1, +\infty)$ و $D_g = \mathbb{R}$
 دامنه مقادیر $\Rightarrow$ برابر نیستند

ب) $f(x) = (x+3)(x+1) + x+3$ و $g(x) = 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
 $\Delta = b^2 - 4ac = x^2 + 8x + 10$
 $= 25 - 24 = 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
 دامنه ها برابر و اگر متساوی هم به هم بود و فرضی یکسان دارند
 در شرط برابری در نتیجه $\leftarrow$ برابرند
 تعویض متناهی قبلی $\leftarrow$ برابرند

ج) $f(x) = \frac{x \sin x - 4 \sin x}{2 \sin x - 3}$ و $g(x) = 2 \sin x$
 $\sin x \neq \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$
 تعویض متناهی قبلی $\leftarrow$ برابرند

د) $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x+1}$
 $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ و $D_g = \mathbb{R} - \{-1\}$
 تعویض متناهی قبلی $\leftarrow$ برابرند

۲) $f(x) = \left[\frac{x}{x+1} \right]$ و $g(x) = [x - [x]] \Rightarrow g(x) = 0$
 $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$
 در شرط برابری برابرند

ب) $f(x) = \frac{1}{[x]}$ و $g(x) = \frac{1}{2[x]}$
 اگر مقادیر مثل $\frac{1}{2}$ را به آنها بدیم مقدار مساوی در آن فرایند می آید
 برابر نیستند

ج) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$
 $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ و $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$
 برابر نیستند

د) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$ و $g(x) = x^2 + x$
 $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ و $D_g = \mathbb{R}$
 برابر نیستند

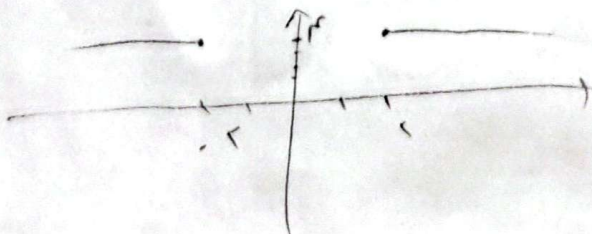
۳) $f(x) + g(x) = x^2 + x + 1$ و $f(x) - g(x) = x^2 - x + 1$
 $f(x) = ?$ و $g(x) = ?$ و $f(x) - g(x) = ?$

$(x^2 + 1) - x^2 = x^2 + 1 + 2x^2 - x^2$
 $= x^2 + 1 + x^2$

$2f(x) = 2x^2 + 2$
 $f(x) = x^2 + 1$
 $\Rightarrow g(x) = x$

۴) اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ و $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$
 $x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$ و $x \leq -2$
 $\Rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$f \times g = x^2 - (x^2 - 4) = 4$



$f(x) = \frac{ax + \gamma}{x^2 - mx + n}$, $g(x) = \frac{x - b}{x^2 - 3x - 4}$ برابرند (۳)
 $x^2 - 3x - 4 \neq 0$ (آبجی که بر اینها پس از ساده شدن دارند)
 $\Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{9 - 4(-1)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $(x - 5)(x + 2) \neq 0$ $\Rightarrow x = \frac{5}{2}$
 $x^2 - mx + n = (x + 1)(x - \frac{5}{2})$ $\Rightarrow m = \frac{3}{2}$, $n = -\frac{5}{2}$
 $\Rightarrow a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$

$f(x) = \frac{bx + \gamma}{\Lambda x + b}$, $g(x) = c$ برابرند
 $x \neq -\frac{b}{\Lambda}$ $a = -\frac{b}{\Lambda}$ (۴) حاصل $\frac{a}{c}$ چه مقدار می شود
 $bx + \gamma = \Lambda cx + bc \Rightarrow b = \Lambda c$, $bc = \gamma \Rightarrow b^2 c = 14c \Rightarrow b = \pm \sqrt{14}$
 $b = \sqrt{14} \Rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{14}}$, $c = \frac{1}{\sqrt{14}}$
 $b = -\sqrt{14} \Rightarrow a = +\frac{1}{\sqrt{14}}$, $c = -\frac{1}{\sqrt{14}}$
 $\textcircled{1} -\frac{1}{\sqrt{14}} \times \frac{1}{\sqrt{14}} = -\frac{1}{14}$
 $\textcircled{2} \frac{1}{\sqrt{14}} \times -\frac{1}{\sqrt{14}} = -\frac{1}{14}$

$\frac{f}{g} = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right\}$
 $= \left\{ (2, 1), (3, 3), (-1, -1) \right\}$ (۵) با توجه به M_1 و M_2 مابین $\frac{f}{g}$ و $\frac{f}{g}$
 $= \left\{ 1, 3, -1 \right\}$ برابرند

$a = 1$, $3a + b = 1$ $\Rightarrow b = -2$ (۶) اگر f و g برابر باشند حاصل $d + c$ بدین آسانی
 $-2 + b = 1 \Rightarrow b = 3$ (۷) $a - 3b = c \Rightarrow c = -8$
 $d + c = -1 + 7 = 6$ (۸) $d = -1$

$f(x) = \sqrt{-x^2 + x - m}$ (۹) اگر $f(x) = b$
 $-x^2 + x - \frac{1}{4} = b^2$
 $-(x^2 - x + \frac{1}{4}) = b^2$
 $-(x - \frac{1}{2})^2 = b^2 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 0 \end{cases}$ (۱۰) $a + b = \frac{1}{4}$
 $a + b = \frac{1}{4}$ (۱۱) $a + b + c$ حاصل $g(x) = \frac{5}{x - c}$, $f(x) = \frac{5x + a}{x^2 + 4x + b}$

$\frac{5}{x + 3} = \frac{5x + a}{(x + 3)^2}$
 $\Rightarrow 5(x + 3) = 5x + a$
 $\Rightarrow a = 15$
 $\Delta = 0 = b^2 - 4ac$
 $= 36 - 4b = 0$
 $\Rightarrow b = 9$
 $x^2 + 4x + 9 = (x + 3)^2$
 $\Rightarrow -c = 3 \Rightarrow c = -3$