فرید حمزه حاجی احمدی   تکلیف سری ۵

سوال ۱) اول:

الف) $f(x): x|x| \geq 0$ → $\oplus$, $\ominus$ ×, $\odot$ $\Rightarrow D_f: [0, +\infty)$ — تساوی ۲ تابع برقرار نیست ×

$g(x) = x \Rightarrow D_f: \mathbb{R}$

ب) $f(x) = x^2 + 5x + 7 \neq 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 28 = -3 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

$g(x) = \mathbb{R}$ — شرط دوم ضابطه: $x = 1$ ✓ برقرار، $x = 2$ ✓ برقرار $\Leftarrow$ تساوی ۲ تابع برقرار ✓

ج) $f(x): 2\sin x - 3 \neq 0 \Rightarrow 2\sin x \neq 3 \Rightarrow \sin x \neq \frac{3}{2}$ → همواره برقرار $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

$g(x) = 2\sin x \to D_f = \mathbb{R}$

ضابطه: $\frac{2\sin x(\cancel{2\sin x - 3})}{\cancel{2\sin x - 3}} = 2\sin x$ → پس یکی هستن $\Leftarrow$ تساوی ۲ تابع برقرار ✓

د) $f(x): |x| \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ ، $g(x) = x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

بررسی ضابطه: $x = -1$ ✓ $x = 2$ ✓ — پس تساوی دو تابع برقراره ✓

سوال ۲:

الف) $f(x) = x^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq -1 \to$ همواره برقرار $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

$g(x) = D_f = \mathbb{R}$ → بررسی ضابطه: هر ۲ عبارت در نهایت تنها مقدار را می‌دهد — دو تابع برابر هستند چون

ب) $[2x] \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - [0, \frac{1}{2})$, $f(x)$; $g(x): [x] \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-1, 1)$ ×

دامنه هایشان متفاوت پس برابر نیستند.

ج) $f(x) = x - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq x \to$ درست $\Rightarrow D_f = \varnothing$ — ۲ تابع برابر نیست ×

$g(x) = |x| - x \geq 0 \Rightarrow |x| \geq x \to \mathbb{R} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

د) $f(x) \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ $g(x) = \mathbb{R}$ — ۲ تابع برابرند ✓

$x = +1$ ✓

→ بررسی ضابطه: $x = 2$ ✓

سؤال ۳:

$$f^2(x) - g^2(x) = (f(x)+g(x))(f(x)-g(x)) = [(x^2+1)+x)(x^2+1-x)]$$

$$\underbrace{f(x)+g(x)}_{x^2+x+1} \qquad \underbrace{f(x)-g(x)}_{x^2-x+1}$$

$$\Rightarrow (x^2+1)^2 - x^2 = x^4+1+2x^2-x^2$$

$$\Rightarrow x^4+x^2+1 = f^2(x)-g^2(x)$$

$$
\begin{aligned}
&f(x)+g(x) = x^2+x+1 \\
+\;&f(x)-g(x) = x^2-x+1 \\
\hline
&2f(x) = 2x^2+2 \Rightarrow \boxed{f(x) = x^2+1} = f(x)
\end{aligned}
$$

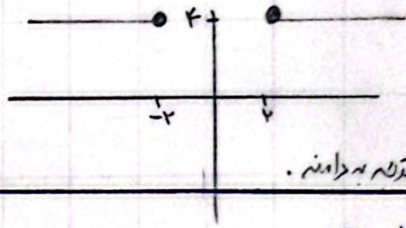
$$g(x) = x^2+x+1-(x^2+1) = \boxed{x} = g(x)$$

سؤال ۴:

$$f(x): x^2-4 \geq 0 \Rightarrow (x+2)(x-2) \geq 0 \quad \begin{array}{ccccc} & -2 & & 2 & \\ + & \vert & - & \vert & + \end{array} \Rightarrow D_f = (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$$

$$g(x): x^2-4 \geq 0 \Rightarrow (x+2)(x-2) \geq 0 \quad \begin{array}{ccccc} & -2 & & 2 & \\ + & \vert & - & \vert & + \end{array} \Rightarrow D_g = (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$$

$$f\times g = (x-\sqrt{x^2-4})\times(x+\sqrt{x^2-4}) = x^2-x^2+4 = 4$$



با توجه به دامنه .

سؤال ۵:

f(x) را دو برابر می‌کنیم $\quad \dfrac{12x+4}{2x^2-2mx+2n} = g(x) = \dfrac{x-b}{2x^2-3x-5}$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2},\quad b = -4,\quad m = \frac{13}{2},\quad n = -\frac{5}{2} \qquad \Rightarrow am - bn = \frac{1}{2}\times\frac{13}{2} - \left(-4\times-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{13}{4} - 10 = \frac{13-40}{4} = \boxed{-\frac{27}{4}}$$

سؤال ۶:

$$x=0 \Rightarrow f(x) = \frac{2}{b} = c \Rightarrow c = ,\quad c = \frac{\overset{2x/c}{bx}+2}{8x+\underset{2/c}{b}} = c \Rightarrow c\left(\frac{8xc}{c}+\frac{2}{c}\right) = \frac{2x}{c}+2$$

$$\Rightarrow b = \frac{2}{c}$$

$$\Rightarrow 8xc + \cancel{2} = \frac{2x}{c} + \cancel{2} \qquad 8\cancel{x}c = \frac{2\cancel{x}}{c} \Rightarrow 8c = \frac{2}{c} \Rightarrow 8c^2 = 2 \Rightarrow c^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow c = \pm\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b = \pm 4$$

$$x = \pm\frac{1}{4} \Leftarrow 8x \pm 4 = 0 \leftarrow a = \pm 2$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{\frac{1}{2}\times 4}{\frac{1}{2}} = 4 \quad \text{یا} \quad \frac{ab}{c} = \frac{-\frac{1}{2}\times -4}{-\frac{1}{2}} = -4$$

یا -4 یا $+4$

سؤال ۷:

(1) $2x-1 = 3 \quad 2x = 4 \Rightarrow x = 2$ (2) $2x-1 = 7 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

(3) $2x-1 = -5 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$ (4) $2x-1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \left\{(-1,2)(2,4)(3,-2)(0,\tfrac{1}{2})\right\} \qquad 2g = \{(2,8)(3,12)(-1,-8)(5,0)\}$$

$$f+g: \{(-1,-2)(3,4)(2,8)\} \qquad \frac{2g}{f+g}: \left\{\left(2,\frac{8}{8}\right)\left(3,\frac{12}{4}\right)\left(-1,\frac{-8}{-2}\right)\right\}$$

$\{1,3,4\}$ = برد $\Rightarrow \{(2,1)(3,3)(-1,4)\}$

سؤال ۸:

$a = -1$

$3a - 2b = 1 \xrightarrow{a=-1} 3(-1) - 2b = 1 = -3 - 2b = 1 \Rightarrow -2b = 4 \Rightarrow b = -\frac{4}{2} = \boxed{-2}$

$a - 3b = -1 - 3(-2) = \boxed{5} \Rightarrow c = 5 \quad , \quad d = a = \quad d = -1$

$d + c = -1 + 5 = \boxed{4}$

سؤال ۹:

$-x^2 + x - m = 0 \qquad \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4m = 0 \Rightarrow m = +\frac{1}{4}$

$-x^2 + x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow -(x^2 - x + \frac{1}{4}) = 0 \Rightarrow -(x - \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$a = \frac{1}{2} \qquad b = 0 \qquad \Rightarrow a + b = \boxed{\frac{1}{2}}$

سؤال ۱۰:

$f(x) = \frac{4x + 12}{x^2 + ax + b} \qquad g(x) = \frac{2}{x - c} \qquad (x - c)^2 = x^2 + c^2 - 2xc$

$-2xc = 6x \Rightarrow \boxed{c = -3}$

$c = -3 \Rightarrow \frac{2}{x + 3} \xrightarrow{\text{ضرب در } 2} \frac{4}{x^2 + 6x + 9} \Rightarrow b = 9$

$(x + 3)^2$

$(x + \frac{a}{2}) = x + 3$

$\frac{a}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{a = 6}$

$a + b + c = 6 + 9 - 3 = \boxed{12}$