عطار دختر پنجشنبه
بینا فراهانی

①

الف)

$f(x)=\sqrt{x|x|} \rightarrow x|x|\geq 0 \rightarrow$ ⊕ ✓ ، ⊙ ✓ ، ⊖ ✗ $\rightarrow D_f=\mathbb{R}^+\cup\{0\}$

$g(x)=x \rightarrow D_f=\mathbb{R}$

مساوی نیستند

ب)

$f(x)=\frac{(x+3)(x+4)+x+4}{x^2+5x+7}$ ⟶ فاقد ریشه حقیقی $\Delta<0$

$g(x)=1$

مساوی

ج)

$f(x)=\frac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3} \rightarrow \frac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}=2\sin x$

$g(x)=2\sin x$

$\hookrightarrow D_{f,g}=\mathbb{R}$, $\sin x\neq\frac{3}{2}$

مساوی

د)

$f(x)=\frac{x}{|x|}$, $g(x)=\frac{|x|}{x}$ $\Big\} \rightarrow x\neq 0 \quad D_{f,g}=\mathbb{R}-\{0\}$

مساوی

---

②

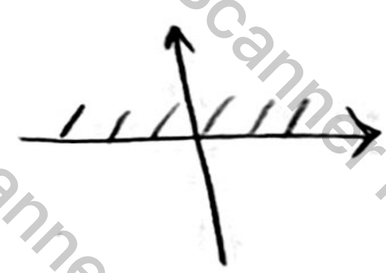
الف) $f(x)=\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right]$, $g(x)=[x-[x]]$ مساوی

$\hookrightarrow x^2+1>x^2$

بین ۰ و ۱ $\Rightarrow 0$

$\hookrightarrow$ برای اعداد صحیح $=0$

برای اعداد اعشاری $=0$



ب) $f(x)=\frac{1}{[2x]}$, $g(x)=\frac{1}{2[x]}$ مساوی نیست

$\hookrightarrow [2x]\neq 0$ $\qquad \hookrightarrow 2[x]\neq 0$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ $\qquad D_f=\mathbb{R}-\{0\}$

$\xrightarrow{x=2/5} [5]=5$ ✗ , $2[2/5]=4$

ج) $x-|x|>0 \rightarrow$ ⊕ ✗ ، ⊖ ✗ ، ⊙ ✗ $\quad D_f=\varnothing$

$|x|-x>0 \rightarrow$ ⊕ ✗ ، ⊖ ✓ ، ⊙ ✗

$D_f=\mathbb{R}^-$

مساوی نیست

د) $f(x)\begin{cases}\frac{x^3-x}{x-1} & ;x\neq 1\\ 2 & ;x=1\end{cases}$, $g(x)=x^2+x \rightarrow x(x+1)$

$\frac{x(x+1)(x-1)}{(x-1)}$

مساوی است

(۲)

$$f(x)+g(x) = x^2+x+1$$
$$f(x)-g(x) = -x^2+x-1$$

$$2g(x) = 2x \rightarrow g(x) = x$$

$$f(x) = x^2+1$$

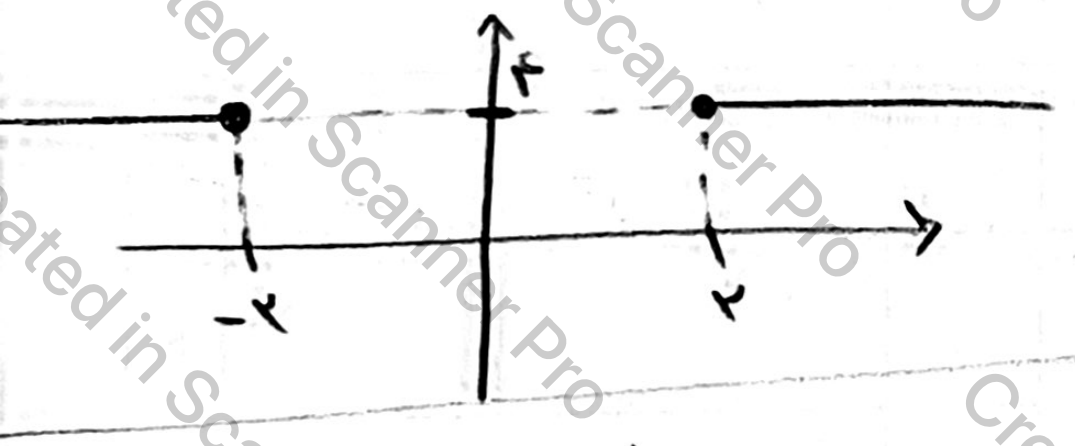
$$f^2(x)-g^2(x) = (x^2+1)^2 - x^2 = x^4+1+2x^2-x^2 = x^4+x^2+1$$

(۴)

$$f(x) = x-\sqrt{x^2-4} \rightarrow x^2-4 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 4 \rightarrow \begin{matrix} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{matrix}$$
$$[2,+\infty) \cup (-\infty,-2]$$

$$g(x) = x+\sqrt{x^2-4}$$

$$f(x) \times g(x) = (x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4}) = x^2-(x^2-4)$$
$$= x^2-x^2+4 = 4$$



(۵)

$$f(x) = \frac{ax+2}{x^2-mx+n} \quad , \quad g(x) = \frac{x-b}{2x^2-3x-5}$$

$$x^2-mx+n = 2x^2-3x-5$$

$$x^2-mx+n = x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$$

$$\rightarrow m = \frac{3}{2}, \; n = \frac{-5}{2}$$

$$2ax+4 = x-b \xrightarrow{x=0} b = -4$$
$$\xrightarrow{x=1} a = \frac{1}{2}$$

$$am-bn = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2} \times -4\right) = \frac{-37}{4}$$

$$2x^2-3x-5 \neq 0$$
$$x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2} \neq 0$$
$$(x-\tfrac{5}{2})(x+1) \neq 0 \rightarrow x \neq \left\{\frac{5}{2}, -1\right\}$$

۶

$f(x) = \dfrac{bx+۲}{۸x+b} \quad , \quad g(x) = c$

$a = \dfrac{-b}{۸} \rightarrow b = -۸a$

$\downarrow$

± ۴

$\dfrac{ab}{c} = \pm ۴$

$\dfrac{-۸ax+۲}{۸x-۸a} \xrightarrow{x=۰} \dfrac{۲}{-۸a} = \dfrac{-۱}{۴a} = c = \pm\dfrac{۱}{۲}$

$\dfrac{-۸ax+۲}{۸x-۸a} \xrightarrow{x=۱} \dfrac{-۸a+۲}{۸-۸a} = \dfrac{-۱}{۴a}$

$\hookrightarrow ۸a - ۸ = -۳۲a^۲ + ۸a$

$a^۲ = \dfrac{۱}{۴}$

$a = \pm\dfrac{۱}{۲}$

۷

~~$g = \{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}$~~

$۲g = \{(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}$

$۲f = \{(-۱,۴),(۲,۸),(۳,-۴),(۰,۱)\}$

$\hookrightarrow f = \{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$f+g = \{(۲,۸),(۳,۴),(-۱,-۲)\}$

$\dfrac{۲g}{f+g} = \{(۲,\frac{۸}{۸}=۱),(۳,\frac{۱۲}{۴}=۳),(-۱,\frac{-۸}{-۲}=۴)\}$

۸

$f = \{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}$

$g = \{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\}$

$\boxed{a = -۱}$

$۳a-۲b = ۱ \rightarrow -۳-۲b = ۱ \rightarrow ۲b = -۴ \rightarrow \boxed{b = -۲}$

$a-۳b = ۵ \rightarrow -۱+۶ = ۵ \rightarrow \boxed{c = ۵}$

$\boxed{d = a = -۱}$

$d + c = -۱ + ۵ = \boxed{۴}$

(۹)

$f(x) = \sqrt{-x^2+x-m} \rightarrow \Delta = 1-4m = 0 \rightarrow m = \frac{1}{4}$

$g(x) = \{(a,b)\}$ $\quad \sqrt{-(x-\frac{1}{2})^2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$\{(\frac{1}{2},0)\} \; a+b = \frac{1}{2}$

---

(۱۰)

$f(x) = \frac{2x+9}{x^2+4x+b}$, $g(x) = \frac{2}{x-c}$

$x=0 \rightarrow \frac{2}{-c} = \frac{9}{b} \rightarrow 2b = -9c$

$c = -2$

$b = 9$

$18 = 2a$

$a = 4$

$\rightarrow 4+9-2 = 12$