نام و نام خانوادگی ......مهسا هستکار.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۸.. کلاس .دهم..ح..دبیرستان......

۱

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}\to x\overset{+}{|x|}\geq ۰\to x\geq ۰ : D_f$ $g(x)=x\to D_g=\mathbb{R}\Rightarrow D_f\neq D_g\to$ برابر نیستند

ب) $f(x)=\dfrac{\overset{x^۲+۵x+۷\longrightarrow}{(x+۱)(x+۳)+x+۴}}{x^۲+۵x+۷}$ ریشه ندارد $\longrightarrow D_f=\mathbb{R}$, $g(x)=۱\to D_g=\{۱\}\to D_f\neq D_g\to$ برابر نیستند

(ریشه ندارد

$۱\geq\sin x\geq -۱\to ۲\geq ۲\sin x\geq -۲$

ج) $f(x)=\dfrac{۴\sin^۲x-۶\sin x}{۲\sin x-۳}=\dfrac{۲\sin x(\cancel{۲\sin x-۳})}{\cancel{۲\sin x-۳}}=۲\sin x\to D_f=[-۲,۲]$ / $g(x)=۲\sin x\to D_g=[-۲,۲]\to$ دامنه‌ها و ضابطه‌ها برابرند پس تابع‌ها برابرند.

$\Rightarrow ۲\sin x-۳\neq ۰\to \sin x\neq \frac{۳}{۲}\to$ همواره برقرار است

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}\to D_f=\mathbb{R}-\{۰\}$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x}\to x\neq ۰\to D_g=\mathbb{R}-\{۰\}\to D_f=D_g$, $\Rightarrow$ برابر هستند

ضابطه‌ها برابر ← چون جواب‌ها (-۱) یا ① هستند.

۲

الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^۲}{x^۲+۱}\right]\to$ به ازای هر مقداری خروج می‌دهیم بیشتر نشود کسری بین ۰ و ۱ به دست می‌آید و با توجه به براکت صفر می‌شود $\Rightarrow D_f=\{۰\}$, $g(x)=[x-[x]]\Rightarrow$ همواره مقدار براکتش برابر کسری بین ۰ و ۱ است که حاصل براکتی آن صفر است $\to D_g=\{۰\}$

دامنه‌ها و ضابطه‌ها برابر ← این دو تابع برابرند.

ب) $f(x)=\dfrac{۱}{[۲x]}\to ۱>۲x\geq ۰\to \frac{۱}{۲}>x\geq ۰\to D_f=\mathbb{R}-[۰,\frac{۱}{۲})$, $g(x)=\dfrac{۱}{۲[x]}\to ۱>x\geq ۰\to D_g=\mathbb{R}-[۰,۱)$

برابر نیستند ← $D_g\neq D_f$

ج) $f(x)=\dfrac{۱}{\sqrt{x-|x|}}\to x-|x|>۰\to x>|x|\to D_f=\varnothing$, $g(x)=\dfrac{۱}{\sqrt{|x|-x}}\to |x|-x>۰\to |x|>x\to D_g=\mathbb{R}^-\to D_f\neq D_g$ برابر نیستند

د) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۳-x}{x-۱} & \to x\neq ۱\\ ۲ & \to x=۱\end{cases}\to x-۱=۰\to \cancel{x\neq ۱}$ زیرا $x=۱\leftarrow ۲$ $\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$, $g(x)=x^۲+x\to D_g=\mathbb{R}\to$ دامنه‌ها برابر ولی ضابطه‌ها برابر نیستند پس این دو تابع برابر نیستند مثلاً به ازای $x=-۳$

۳

$(-۱۲=f(x), ۶=g(x))$

$f(x)+\cancel{g(x)}=x^۲+\cancel{x}+۱\to \boxed{g(x)=x}\to \overbrace{\cancel{x^۲}+x+\cancel{۱}-\cancel{x^۲}-\cancel{۱}}^{f(x)}=\overset{g(x)}{x}$

$+\ f(x)-\cancel{g(x)}=x^۲-\cancel{x}+۱$

$۲f(x)=۲x^۲+۲\to \boxed{f(x)=x^۲+۱}$

$f^۲(x)-g^۲(x)=(x^۲+۱)^۲-x^۲=x^۴+۱+۲x^۲-x^۲=\boxed{x^۴+x^۲+۱}$

۴

$f(x)=x-\sqrt{x^۲-۴}\to x^۲-۴\geq ۰\to x^۲\geq ۴\to x\geq ۲ , x\leq -۲$

$g(x)=x+\sqrt{x^۲-۴}\to x^۲-۴\geq ۰\to x^۲\geq ۴\to x\geq ۲, x\leq -۲$

$D_{\text{مشترک}}=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

$f\times g=\{\dots,(-۳,۴),(-۲,۴),(۲,۴),(۳,۴),(۴,۴),\dots\}$

$f\times g=(x-\sqrt{x^۲-۴})(x+\sqrt{x^۲-۴})=x^۲-\sqrt{x^۲-۴}^{\,۲}=\cancel{x^۲}-\cancel{x^۲}+۴=\boxed{۴}$

۵

$f(x)=\dfrac{۲(ax+۲)}{۲(x^۲-mx+n)}$ $g(x)=\dfrac{x-b}{۲x^۲-۳x-۵}\longrightarrow$

$\hookrightarrow ۲x^۲-۲mx+۲n=۲x^۲-۳x-۵\longrightarrow \cancel{-}۲m=\cancel{-}۳\to m=\frac{۳}{۲}$

$\hookrightarrow ۲n=-۵\to n=\frac{-۵}{۲}$

$۲ax+۴=x-b\longrightarrow ۲a=۱\to a=\frac{۱}{۲}$

$\hookrightarrow -b=۴\to b=-۴$ $\Rightarrow am-bn=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲}-(\cancel{-}\overset{۲}{\cancel{۴}}\times\cancel{-}\frac{۵}{\cancel{۲}})=\frac{۳}{۴}-۱۰$

$\hookrightarrow ۰{,}۷۵-۱۰=\boxed{-۹{,}۲۵}$

۶	$f(x)=\frac{bx+۲}{۸x+b}\rightarrow\frac{b}{۸}=\frac{۲}{b}\rightarrow b^۲=۱۶\rightarrow b=\pm۴$, $g(x)=C$, $D_g=\mathbb{R}-\{a\}$ ① $\rightarrow b=۴\Rightarrow\frac{۴x+۲}{۸x+۴}=\frac{۲\cancel{(x+۱)}}{۴\cancel{(x+۱)}}=\frac{۱}{۲}\rightarrow C=\frac{۱}{۲}$ / $۸x+۴\neq۰\rightarrow x\neq-\frac{۱}{۲}\rightarrow a=-\frac{۱}{۲}$ ➡ $\frac{ab}{C}=\frac{-\frac{۱}{۲}\times۴}{\frac{۱}{۲}}=\boxed{-۴}$ ② $b=-۴\rightarrow\frac{-۴x+۲}{۸x-۴}=\frac{۲\cancel{(-۲x+۱)}}{-۴\cancel{(-۲x+۱)}}=\frac{-۱}{۲}\rightarrow C=\frac{-۱}{۲}$ / $۸x-۴\neq۰\rightarrow x\neq\frac{۱}{۲}\rightarrow a=\frac{۱}{۲}$ ➡ $\frac{ab}{C}=\frac{\frac{۱}{۲}\times(-۴)}{-\frac{۱}{۲}}=\boxed{۴}$
۷	$۲f-۱=\{(-۱,۳),(۲,۷),(۳,-۵),(۰,۰)\}\rightarrow f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}\rightarrow D_f=\{-۱,۲,۳,۰\}$ $g=\{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}\Rightarrow D_{\text{مشترک}}=\{-۱,۲,۳\}$ ↳ $D_g=\{۲,۳,-۱,۵\}$ $\Rightarrow\{(۲,\frac{۸}{۴+۴}),(-۱,\frac{-۸}{-۴+۲}),(۳,\frac{۱۲}{۶+(-۲)})\}=\{(۲,۱),(-۱,۴),(۳,۳)\}$ $R=\{۱,۴,۳\}$
۸	$f=\{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(C,۵),(۲,d)\}$, $g=\{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\}$ $a=-۱=d$ $۳\underset{-۱}{a}-۲b=۱\rightarrow-۲b=۱+۳\rightarrow-۲b=۴\rightarrow b=-۲$ $\underset{-۱}{a}-۳\underset{-۲}{b}=C\rightarrow-۱-(\underset{-۶}{\cancel{۳\times-۲}})=C\rightarrow-۱+۶=C\rightarrow C=۵$ $d+c=-۱+۵=\boxed{۴}$
۹	$D_f\Rightarrow-x^۲+x-m\geq۰\rightarrow\Delta=۰$ ↩ یک جواب دارد $\rightarrow\Delta=۱-(۴\times-۱\times-m)=۰\rightarrow۱-۴m=۰\rightarrow۱=۴m\rightarrow m=\frac{۱}{۴}$ ↳ $f(x)=\sqrt{-x^۲+x-\frac{۱}{۴}}\rightarrow-x^۲+x-\frac{۱}{۴}\geq۰\rightarrow x=\frac{-۱\pm\sqrt{۰}}{-۲}=\frac{۱}{۲}$ ↳ $\sqrt{-(\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}}=\sqrt{-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}}=\sqrt{\frac{-۲}{۴}+\frac{۱}{۲}}=۰$ اگر $f(x)=g(x)\rightarrow\underset{b=۰}{a=\frac{۱}{۲}}\Rightarrow a+b=\frac{۱}{۲}+۰=\boxed{\frac{۱}{۲}}$
۱۰	$g(x)=\frac{۲}{x-C}\rightarrow x\neq C\rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{C\}\rightarrow x^۲+۶x+۹\rightarrow(x+۳)^۲=۰\rightarrow x=-۳$ ★ $a+b+c=۱۰+۹-۳=\boxed{۱۶}$ $f(x)=\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}\rightarrow x^۲+۶x+b=(x-c)^۲\rightarrow\frac{۲x+a}{x^۲-۲cx+c^۲}$ ↳ $x^۲+۶x+b\Rightarrow ۶=-۲c\rightarrow\boxed{c=-۳}$, $c^۲=b\rightarrow\boxed{b=۹}$ $\frac{۲x+a}{(x+۳)^۲}=\frac{۴}{(x+۳)^۲}\rightarrow۲x+a=۴\rightarrow(\underset{-۶}{\cancel{۲\times-۳}})-۴=-a\rightarrow-a=-۱۰\rightarrow\boxed{a=۱۰}$