شماره ۸ باران تماسی

Subject: Year: Month: Day:

۱- الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$ و $g(x)=x \rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow$ مساوی نیستند

$+ \checkmark$, $- \times$, $0 \checkmark \rightarrow D_f=[0,+\infty)$, $D_g=\mathbb{R}$

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$ و $g(x)=1 \rightarrow D_f=D_g \Rightarrow$ مساوی است

$D_g=\mathbb{R}$

$x^2+5x+7\neq 0$

$\Delta=25-28=-3 \rightarrow D_f=\mathbb{R}$

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}$ و $g(x)=2\sin x \Rightarrow D_f=D_g \Rightarrow$ مساوی است

$D_g=\mathbb{R}$

$2\sin x-3\neq 0 \rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$\sin x\neq \frac{3}{2} \longrightarrow -1\leq \sin x\leq 1$

$x=0$

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ و $g(x)=\dfrac{|x|}{x} \Rightarrow D_f=D_g \Rightarrow$ مساوی است

$|x|\neq 0 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{0\}$, $x\neq 0 \Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{0\}$

۲- الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right] \rightarrow g(x)=[x-[x]] \rightarrow D_f=D_g \Rightarrow$ مساوی است

$D_g=\mathbb{R}$, $0\leq x-[x]<1 \rightarrow$ عدد کسری یا ۰ $\rightarrow [x-[x]]=0$

همواره $x^2+1>0$

$\rightarrow D_f=\mathbb{R}$, $0\leq \dfrac{x^2}{x^2+1}<1 \rightarrow 0=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]}$, $g(x)=\dfrac{1}{2[x]} \rightarrow D_f\neq D_g$

$2[x]\neq 0 \rightarrow [x]\neq 0 \rightarrow$ نباید $0\leq x<1$

$[2x]\neq 0$

$0\leq 2x<1 \rightarrow$ نباید $0\leq x<\frac{1}{2} \rightarrow D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$, $D_g=\mathbb{R}-[0,1)$

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}} \rightarrow D_f\neq D_g \rightarrow$ مساوی نیست

$x-|x|>0 \rightarrow$ $+ \times$, $- \times$, $0 \times$ $\rightarrow D_f=\varnothing$

$|x|-x>0 \rightarrow$ $+ \times$, $- \checkmark$, $0 \times$ $\rightarrow D_g=(-\infty,0)$

Pasha

۲) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1}, & x\neq 1\\ 2, & x=1\end{cases}$ $\qquad g(x)=x^2+x=x(x+1) \hookrightarrow D_g=\mathbb{R}$

$\dfrac{x^3-x}{x-1}=\dfrac{x(x^2-1)}{x-1}=\dfrac{x(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=x(x+1)$

↳ فقط شکل توی x-1 هست که مخرجش

در صورت $x=1$ صفر و تعریف نشده میشه
ولی چون خودش گفته $x\neq 1$ پس مشکلی نیست $\rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$D_g=D_f \Rightarrow$ برابر

-۳

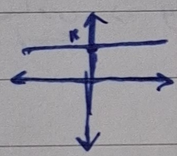
$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^2+x+1\\ f(x)-g(x)=x^2-x+1\end{cases} \rightarrow 2f(x)=2x^2+2 \rightarrow \boxed{f(x)=x^2+1}$

$\rightarrow x^2+1+g(x)=x^2+x+1 \rightarrow \boxed{g(x)=x}$

$\rightarrow f^2(x)-g^2(x)=(x^2+1)^2-x^2=x^4+1+2x^2-x^2 \rightarrow \boxed{x^4+x^2+1=f^2(x)-g^2(x)}$

-۴

$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$
$g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$ $\rightarrow f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})=x^2-x^2+4=4$



-۵

$f(x)=\dfrac{ax+2}{x^2-mx+n}=g(x)=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5}$

$\hookrightarrow x^2-mx+n=(x-\frac{5}{2})(x+1) \qquad \hookrightarrow 2x^2-3x-5\neq 0 \Rightarrow x^2-3x-10\neq 0 \Rightarrow (x-5)(x+2)\neq 0$

$x^2-\cancel{mx}\ \frac{3}{2}x-\frac{5}{2} \Rightarrow n=-\frac{5}{2} \qquad mx=\frac{3}{2}x=m=\frac{3}{2} \qquad \rightarrow x\neq -\frac{5}{2},\ x\neq \frac{-2}{2}=-1$

$\dfrac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5} \Rightarrow \dfrac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\dfrac{\frac{x}{2}-\frac{b}{2}}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}} \rightarrow ax+2=\frac{x}{2}-\frac{b}{2}$

$\hookrightarrow ax=\frac{1}{2}x=\boxed{a=\frac{1}{2}}$

$\hookrightarrow 2=\frac{-b}{2}=\rightarrow \boxed{b=-4}$

$\hookrightarrow am-bn=(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2})-((-4)\times(\frac{-5}{2}))=\frac{3}{4}-10=\boxed{\frac{-37}{4}}$

-۶

$f(x)=\dfrac{bx+2}{8x+b} \qquad g(x)=c \Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{a\}$

$\hookrightarrow D_f=D_g \rightarrow 8a+b=0 \quad \rightarrow f(x)=c \rightarrow \dfrac{bx+2}{8x+b}=c \rightarrow bx+2=8cx+bc \rightarrow 8c=b$

$bc=2$

$8c\times c=2=8c^2=2$

$\rightarrow c^2=\frac{1}{4} \rightarrow c=\pm\frac{1}{2} \rightarrow b=8\times(\pm\frac{1}{2})$

$b=\pm 4$

$a=\pm\frac{1}{2} \leftarrow 8a=\pm 4$

$\boxed{c=-\frac{1}{2}\rightarrow b=-4\rightarrow a=\frac{1}{2}}$ → دامنه و جواب ها درسته

$f(x)=\dfrac{-4x+2}{8x-4}=-\frac{1}{2}=c$ ✓

$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}=\mathbb{R}-\{a\}$ ✓

$\boxed{c=\frac{1}{2}\rightarrow b=4\rightarrow a=-\frac{1}{2}} \rightarrow f(x)=\dfrac{4x+2}{8x+4}=\frac{1}{2}=c$ ✓

$f(x)=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}=\mathbb{R}-\{a\}$ ✓

۷-

$۲f-۱=\{(-۱,۳)(۲,۷)(۳,-۵)(۰,۰)\}$

$۲f=\{(-۱,۴)(۲,۸)(۳,-۴)(۰,۱)\} \Rightarrow f=\{(-۱,۲)(۲,۴)(۳,-۲)(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$g=\{(۲,۴)(۳,۶)(-۱,-۴)(۵,۰)\} \Rightarrow ۲g=\{(۲,۸)(۳,۱۲)(-۱,-۸)(۵,۰)\}$

$\frac{۲g}{f+g}=\{(-۱,۴)(۲,۱)(۳,۳)\}$

۸-

$f=\{(۲,a)(-۳,۳a-۲b)(c,۵)(۲,d)\} \rightarrow \boxed{a=d=-۱}$

$g=\{(۲,-۱)(-۳,۱)(a-۳b,۵)\} \rightarrow ۳a-۲b=۱ \Rightarrow -۳-۲b=۱ \rightarrow \boxed{b=-۲}$

$a-۳b=c \rightarrow -۱-۳(-۲)=-۱+۶=\boxed{۵=c}$ $\quad d+c=-۱+۵=\boxed{۴}$

۹-

$f(x)=\sqrt{-x^۲+x-m} = g(x)=\{(a,b)\}$

$-x^۲+x-m\geq ۰ \quad \Delta=۱-۴m \Rightarrow \Delta=۰ \Rightarrow ۱-۴m=۰ \Rightarrow m=\frac{۱}{۴}$

$f(\frac{۱}{۲})=\sqrt{-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}}=\boxed{۰=b}$ $\quad a+b=\frac{۱}{۲}+۰=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

$\rightarrow f(g)=\sqrt{-(x-\frac{۱}{۲})^۲} \rightarrow x=\frac{۱}{۲} \rightarrow D_g=\{\frac{۱}{۲}\} \rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

۱۰-

$f(x)=\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}=g(x)=\frac{۲}{x-c}$

$\Delta=۳۶-۴b=۰ \rightarrow \boxed{b=۹}$ $\quad D_g=\mathbb{R}-\{c\}$ $\quad a+b+c=۶+۹-۳=\boxed{۱۲}$

$x^۲+۶x+۹=(x+۳)^۲ \Rightarrow \boxed{x=-۳}$ $\quad \frac{۲x+a}{(x+۳)^۲}=\frac{۲}{x+۳}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-۳\} \rightarrow \boxed{c=-۳}$ $\quad ۲x+۶=۲x+a \rightarrow \boxed{a=۶}$