

الف) $f(x) = \sqrt{x|x|}$ و $g(x) = x$

$D_g = \mathbb{R}$, $D_f \rightarrow x|x| \geq 0$

$D_f = [0, +\infty)$

آر ۰ و ۱ باشد $\Rightarrow$ هر دو تابع به هم برابرند
 اگر $x < 0$ باشد $\Rightarrow$ منفی است و تابع به هم برابرند

دو تابع به هم برابرند
 پس تابع ها برابرند

۱۳

۱) $f(x) = (x+3)(x+1) + x + 5$

$x^2 + 4x + 8$

$g(x) = 2 \sin x$

$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = -24 < 0$

دو تابع به هم برابرند
 زیرا $\Delta < 0$ پس هیچ ریشه ندارد و معادله ای نخواهد داشت

$D_f = \mathbb{R}$, $D_g = \mathbb{R}$

برای اینکه

برای اینکه به هم برابرند باید $f(x) = g(x)$ صورتی که در صورتی که $x^2 + 4x + 8 = 2 \sin x$
 $x^2 + 4x + 8 = x^2 + (4x + 8) + (3 + 5) \rightarrow (x^2 + 4x + 3) + (8 + 5) = x^2 + 4x + 13$

صورتی که در صورتی که $f(x) = g(x)$ معادله ای نخواهد داشت

۲) $f(x) = x \sin x - 4 \sin x$

$g(x) = 2 \sin x$

دو تابع به هم برابرند

$D_f = \mathbb{R} \sin x - 4 \sin x \rightarrow \mathbb{R} \sin x \neq 4 \rightarrow \sin x \neq \frac{4}{x}$

چون $\sin x \in [-1, 1]$ و $\frac{4}{x} > 1$ پس هیچگاه معادله ای نخواهد داشت

$f(x) = 2 \sin x$

$\Rightarrow 2 \sin x$

دو تابع به هم برابرند

دو تابع به هم برابرند
 زیرا $f(x) = g(x)$ معادله ای نخواهد داشت

دو تابع به هم برابرند
 زیرا $f(x) = g(x)$ معادله ای نخواهد داشت

۳) $f(x) = \frac{x}{|x|}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow x \neq 0 \Rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f(x) = \frac{x}{|x|} = \frac{x}{x} = 1$, $g(x) = \frac{|x|}{x} = 1$

$f(x) = \frac{x}{-x} = -1$, $g(x) = \frac{|x|}{-x} = -1$

دو تابع به هم برابرند
 زیرا $f(x) = g(x)$ معادله ای نخواهد داشت

$$\text{ii) } f(n) = \left\lfloor \frac{n^r}{n^{r+1}} \right\rfloor \text{ و } g(n) = [n - [n]]$$

$$D_f \rightarrow n^{r+1} \neq 0 \rightarrow n^r \neq -1 \text{ به ازای } n \text{ صحیح } D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n^r \geq 0 \Rightarrow \frac{n^r}{n^{r+1}} \geq 0$$

درست است

$$\text{iii) } n^r < n^{r+1} \Rightarrow \frac{n^r}{n^{r+1}} < 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \frac{n^r}{n^{r+1}} < 1 \Rightarrow \\ 0 \leq n - [n] < 1 \Rightarrow [n - [n]] = 0 \end{array} \right. f(n) = \left\lfloor \frac{n^r}{n^{r+1}} \right\rfloor = 0$$

ف(n) = g(n) = 0 به ازای n صحیح

$$\therefore f(n) = \frac{1}{[n^r]}, \text{ و } g(n) = \frac{1}{[n^r]}$$

$$D_f \Rightarrow 0 \leq r < 1 \rightarrow n \in [0, \frac{1}{r}) \Rightarrow \mathbb{R} - [0, \frac{1}{r})$$

$$D_g \Rightarrow r[n] \neq 0 \rightarrow [n] \neq 0 \Rightarrow n \in [0, 1) \rightarrow \mathbb{R} - [0, 1)$$

$$D_f \neq D_g \text{ به ازای } n$$

$$\text{iv) } f(n) = \frac{1}{\sqrt{n-|n|}} \text{ و } g(n) = \frac{1}{\sqrt{|n|-n}}$$

$$D_f \Rightarrow n - |n| > 0 \Rightarrow \begin{array}{l} n > 0 \\ n < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} n > 0 \\ n < 0 \end{array}$$

$$D_g \Rightarrow \begin{array}{l} n > 0 \\ n < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} n > 0 \\ n < 0 \end{array}$$

$$D_g = |n| - n > 0$$

$$D_f = (-\infty, 0) \Rightarrow \begin{array}{l} n < 0 \\ n > 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} n < 0 \\ n > 0 \end{array}$$

$$D_f \neq D_g \text{ به ازای } n$$

$f(n) = \begin{cases} \frac{n^2-n}{n-1} ; n \neq 1 \\ 2 ; n = 1 \end{cases}, g(n) = n^2 + n$
 $D_f = R, D_g = R \Rightarrow D_f = D_g$

$f(n) = \frac{n^2-n}{n-1} \rightarrow \frac{n(n-1)}{n-1} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n+1)}{n^2+1} = n^2+1$
نی توانیم بشمار به خاطر صحتی نمی توانیم بنویسیم

$f(1) = 2, g(1) = 1^2 + 1 = 2$
 $f(1) = g(1)$

اگر $n=1$ به $(f(n), g(n))$ را حساب کنیم
 این در هر حالت دو تابع برابرند

$f^2(n) - g^2(n) = (f(n) - g(n))(f(n) + g(n))$

$(n^2-n+1)(n^2+n+1) \Rightarrow (n^2+1)^2 - n^2 = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2 = n^4 + n^2 + 1$

$f(n) \cdot g(n) = n^2 - n + 1$
 $f(n) + g(n) = n^2 + n + 1$

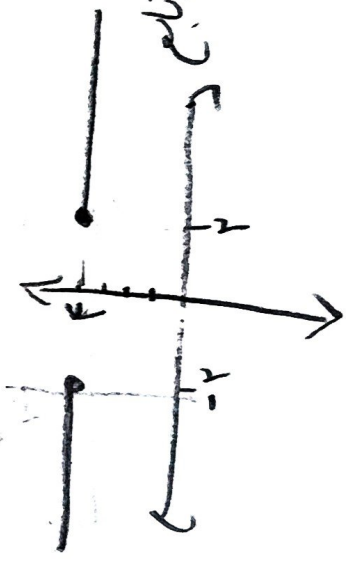
$\frac{f(n) \cdot g(n)}{f(n) + g(n)} \Rightarrow f(n) = \frac{n^2 + 2n^2 + 2}{n^2 + 1}$

$g(n) = n^2 + 1 - g(n) = n^2 - n + 1 \Rightarrow g(n) = n$

$D_f \Rightarrow n^2 - f \geq 0 \Rightarrow n^2 \geq f \Rightarrow n^2 \geq 2 \Rightarrow n \geq \sqrt{2} \Rightarrow n \geq 2$
 $D_g \Rightarrow n^2 - f \geq 0 \Rightarrow n^2 \geq f \Rightarrow n^2 \geq 2 \Rightarrow n \geq \sqrt{2} \Rightarrow n \geq 2$

$f(n) \times g(n) = (n + \sqrt{n^2 - 1})(n - \sqrt{n^2 - 1}) \Rightarrow n^2 - (n^2 - 1) = 1$

$D_{f \times g} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
 $|f + g| = 2$



$f(n) \times g(n) = 1$
 این دو تابع را برای همیشه برابر تابع 1

۲

$$Df(a) \Rightarrow \frac{an+r}{n^r-mn+n} \Rightarrow n^r-mn+n \neq 0$$

$$Df(a) \Rightarrow \frac{n-b}{n^r-mn-a} \Rightarrow n^r-mn-a \neq 0 \Rightarrow n^r-mn-1 \Rightarrow (n-a)(n+1)$$

$$n \neq \frac{a}{r}, -\frac{r}{r} \Rightarrow -1$$

$$f(n) = \frac{an+r}{(n+\frac{a}{r})(n+1)} = \frac{an+r}{n^r+\frac{r}{r}n+\frac{a}{r}} \Rightarrow m = \frac{r}{r}, n = -\frac{a}{r}$$

$$\frac{n-b}{n^r-mn-a}$$

$$\frac{n-b}{n^r-mn-a} = \frac{\frac{1}{r}n - \frac{1}{r}b}{\frac{1}{r}n^r - \frac{1}{r}mn - a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r}n - \frac{1}{r}b = a + n + r$$

$$a = \frac{1}{r} \quad \frac{-1}{r}b = r \quad b = -r$$

$$\left(\frac{1}{r} + \frac{r}{r}\right) - \left(\frac{-a}{r}(x-r)\right) = \frac{-1}{r} \quad \frac{-r}{r} \quad \frac{1}{r} \quad \frac{1}{r}$$

$$1n+b \neq 0 \Rightarrow n \neq -\frac{b}{1} \Rightarrow a = -\frac{b}{1}$$

$$\frac{bn+r}{1n+b} = \frac{c}{1} \Rightarrow 1cn + cb = bn + r$$

$$1c = b \Rightarrow c = \frac{b}{1}$$

$$c \times b = r \Rightarrow \frac{b}{1} \times b = r \Rightarrow b^r = r \Rightarrow b^r = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$c = \pm \frac{1}{r} \Rightarrow ab = \frac{(-\frac{b}{r})b}{c} = \frac{-b^r}{c} = -\frac{b^r}{1c}$$

$$-1 = \frac{1 \pm 1}{1 \times 1}$$

(2)

$$a+b = \frac{1}{r} + 0$$

$$a - \frac{1}{r} = 0$$

$$a = \frac{1}{r}$$

$$f(a) = \sqrt{a^2 - a + \frac{1}{r}} = 0 \Rightarrow \sqrt{a - \frac{1}{r}} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{r}$$

$$m^2 - n^2 = 0 \Rightarrow m = n \Rightarrow m = n = \frac{1}{r}$$

$$f(a) = b = \sqrt{-a^2 + a - m} = b$$

$$g(a) = b$$

(2)

$$\boxed{3} = 0 + 1 = 1 + p$$

$$a = 0 \Rightarrow a - 1 = -1 \Rightarrow a = 0$$

$$f = g \Rightarrow f(a) = g(a) \Rightarrow f(a) = g(a)$$

$$f = g \Rightarrow f(a) = g(a) \Rightarrow f(a) = g(a)$$

$$\{ (a, b) \mid a = 1, b = 1 \}$$

$$\left\{ \left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b} \right) \mid a = 1, b = 1 \right\} = \left\{ \frac{1}{a}, \frac{1}{b} \right\}$$

$$f(a) = g(a) \Rightarrow f(a) = g(a) \Rightarrow f(a) = g(a)$$

$$\{ a, b \} = \{ b, a \}$$

$$D_9 = n - c \neq 0 \rightarrow n \neq c$$

$$D_1 = n^r + 4n + b \neq 0 \rightarrow \Delta = 3^2 - 4b \neq 0$$

$$4b = 3^2 \rightarrow \boxed{b = 9} \quad \text{و}$$

$$\frac{2n+a}{n^r+4n+9} = \frac{2}{n-c} = \frac{2}{n+3} \Rightarrow 2(\cancel{n+3})^r = (2n+a)(\cancel{n+3})^0$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرفه ضرب کنیم}} \frac{2}{c} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = 3$$

$$2n+c = 2n+a \Rightarrow \boxed{a=9} \quad \text{هم با ۳- با ۳- با ۳-}$$

و

$$a+b+c = 9+9+3 = \boxed{21}$$