نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۵ .... کلاس ....دوم تجربی....

۱

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$, $g(x)=x$ $D_f \to x|x|\geq 0$ ⊕ ✓ $+\times+=+$ ⊖ ✗ $-\times+=-$ ⊙ ✓ $D_f\neq D_g$

$D_g=\mathbb{R}$ $D_f=[0,+\infty)$ $f(x)\neq g(x)$ برابر نیست

ب) $f(x)=\frac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$, $g(x)=1 \Rightarrow f(x)=\frac{x^2+4x+3+x+4}{x^2+5x+7}=\frac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1$ برابرند $D_f=\mathbb{R}$, $D_g=\mathbb{R}$ $f(x)=g(x)=1$

$\Delta=b^2-4ac=25-28=-3$ ✗ ریشه ندارد $f(x)=g(x)=1$

ج) $f(x)=\frac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}$, $g(x)=2\sin x \Rightarrow f(x)=\frac{2\sin x(2\sin x-3)}{(2\sin x-3)}=2\sin x$ برابرند $D_f=D_g$ $f(x)=g(x)=2\sin x$

$2\sin x-3 \to 2\sin x-3\neq 0$, $\sin x\neq\frac{3}{2}$ همواره $f(x)=g(x)=\pm1$

$\frac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}=2\sin x$ $4\sin^2x-6\sin x=2\sin x(2\sin x-3)$

د) $f(x)=\frac{x}{|x|}$, $g(x)=\frac{|x|}{x}$ $f(x) \Rightarrow |x|\neq 0 \to x\neq 0$; $g(x) \Rightarrow x\neq 0 \to x\neq 0$ $D_f=\mathbb{R}-\{0\}$, $D_g=\mathbb{R}-\{0\}$ ⇒ برابر $\frac{x}{|x|}=\frac{|x|}{x} \Rightarrow |x|^2=x^2$ $f(x)=g(x)=\pm1$

۲

الف) $f(x)=[\frac{x^2}{x^2+1}]$, $g(x)=[x-[x]] \to f(x)=[\frac{x^2+1-1}{x^2+1}]=[1-\frac{1}{x^2+1}]=[1^-]=0$, $g(x)=[x-[x]]=0$ $0\leq x-[x]<1$

$D_f=D_g=\mathbb{R} \to f(x)=g(x)=0$

ب) $f(x)=\frac{1}{[2x]}$, $g(x)=\frac{1}{2[x]} \to f(x)\Rightarrow [2x]\neq 0 \Rightarrow$ if $[2x]=0 \Rightarrow 0\leq x<\frac{1}{2}$ $D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$

$\to g(x)\Rightarrow 2[x]\neq 0 \Rightarrow$ if $2[x]=0 \Rightarrow x=0$ $D_g=\mathbb{R}-[0,1)$ $\Rightarrow D_f\neq D_g \Rightarrow f(x)\neq g(x)$

ج) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x)=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}} \to f(x)\Rightarrow \sqrt{x-|x|} \to x-|x|>0$, $x>|x|$ ⊖✗ ⊙✗ ⊕✓ $D_f=\varnothing$, $D_g=(-\infty,0)$ $\Rightarrow D_f\neq D_g \Rightarrow f(x)\neq g(x)$

$g(x)=\sqrt{|x|-x} \to |x|-x>0$, $|x|>x$ ⊖✓ ⊙✗ ⊕✗ $\Rightarrow D_g=D_f=\mathbb{R}$

د) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3-x}{x-1} & x\neq 1\\ 2 & x=1\end{cases}$, $g(x)=x^2+x$ $f(x)\to \frac{x(x^2-1)}{x-1}=\frac{x(x+1)(x-1)}{(x-1)}=x^2+x$, $x\neq 1$ $f(x)=g(x)=x^2+x$

۳

$\begin{cases}f(x)+g(x)=x^2+x+1\\ f(x)-g(x)=x^2-x+1\end{cases}$ $f^2(x)-g^2(x)=?$, $g(x)$, $f(x)=?$

$\Rightarrow f(x)+g(x)=x^2+x+1 \Rightarrow x^2+1+g(x)=x^2+x+1$, $g(x)=x$

$2f(x)=2x^2+2$

$2f(x)=2(x^2+1)$

$f(x)=x^2+1$

$f^2(x)-g^2(x)\Rightarrow (x^2+1)^2-x^2=x^4+1+2x^2-x^2=x^4+1+x^2$

$f(x)=x^2+1$

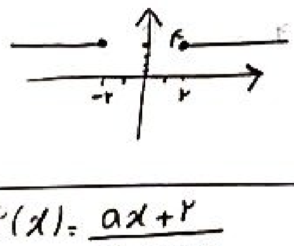
$g(x)=x$

۴

$f(x)=x-\sqrt{x^2-4} \to (x+2)(x-2) \to$ $\begin{array}{ccc} & -2 & 2 \\ + & - & +\end{array}$ $\Rightarrow (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$g(x)=x+\sqrt{x^2-4} \to (x+2)(x-2) \to$ $\begin{array}{ccc} & -2 & 2 \\ + & - & +\end{array}$ $\Rightarrow (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$f\cdot g \Rightarrow (x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})=x^2-(x^2-4)=x^2-x^2+4=4 \Rightarrow f\times g=4$



۵

$f(x)=\frac{ax+2}{x^2-mx+n}$ $g(x)=\frac{x-b}{2x^2-3x-5} \Rightarrow 2x^2-3x-5 \longrightarrow x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$

$=(x+1)(2x-5)$ $x=\frac{5}{2}$, $x=\frac{-2}{2}=-1$

$x^2-mx+n \longrightarrow \Rightarrow (x+1)(x-\frac{5}{2}) \Rightarrow x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

ریشه -1 و $\frac{5}{2}$ ضریب $1=x^2$ $\frac{3}{2}=m$ $n=-\frac{5}{2}$

$am-bn=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}-(-\frac{5}{2}\times -4)=\frac{3}{4}-10=\frac{-37}{4}$

$\frac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\frac{x-b}{(2x^2-3x-5)} \Rightarrow x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}(2x^2-3x-5)$

درست: $ax+2=\frac{1}{2}(x-b) \Rightarrow a=\frac{1}{2}$, $2=-\frac{1}{2}b \Rightarrow b=-4$

$ax+2=\frac{1}{2}x-\frac{b}{2}$

۶

$f(x)=\frac{bx+۲}{۸x+b} \Rightarrow y=\frac{bx+۲}{۸x+b} \Rightarrow ۸x+b\neq ۰$

$x\neq \frac{-b}{۸} \Rightarrow \frac{-b}{۸}=a$

$\Rightarrow \frac{ab}{c} \Rightarrow \frac{\frac{-۱}{۲}\times ۴}{\frac{-۱}{۲}} = \frac{-۴}{\frac{-۱}{۲}} = \boxed{۴}$

$g(x)=c$

$\Rightarrow \frac{ab}{c} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}x-۴}{\frac{۱}{۲}} = \boxed{-۴}$

$D_g=R-\{a\}$

$\frac{ab}{c}=\frac{\frac{-b}{۸}\times b}{c}=\frac{-b^۲}{۸c}$

$\frac{bx+۲}{۸x+b} \Rightarrow \frac{۸x}{bx}=\frac{b}{۲} \Rightarrow b^۲=۱۶$, $b=\pm۴$

$b=۴ \to \frac{-۴}{۸}=a=\frac{-۱}{۲} \Rightarrow \frac{-۴x+۲}{۸x-۴}=c \Rightarrow \frac{۲(-۲x+۱)}{-۴(-۲x+۱)}=\frac{-۱}{۲}$

$b=-۴ \to a=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۴x+۲}{۸x+۴}=\frac{۲(۲x+۱)}{۴(۲x+۱)}=\frac{۱}{۲}$

۷

$۲f-۱=\{(-۱,۳),(۲,۷),(۳,-۵),(۰,۰)\} \to f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$g=\{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\} \to ۲g=\{(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}$

$\frac{۲g}{f+g} \Rightarrow \{(-۱,\frac{-۸}{-۲}),(۲,\frac{۸}{۸}),(۳,\frac{۱۲}{۴})\} \Rightarrow$ برد $=\{۴,۱,۳\}$

$-۴+۲=-۲$ $\quad$ $۴+۴$ $\quad$ $۶+(-۲)=۴$

۸

$f=\{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}$ $\quad$ $-۱+۵=\boxed{۴}=d+c$

$g=\{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\}$

$d=a=-۱$

$۳a-۲b=۱$

$-۳-۲b=۱$

$-۳-۱=۲b$

$-۴=۲b$

$b=-۲$

$a-۳b=c$

$-۱-۳(-۲)=c$

$-۱+۶=c$

$۵=c$

۹

$f(x)=\sqrt{-x^۲+x-m} \Rightarrow \sqrt{-(x^۲-x+m)}=f(x)$ $\quad$ $a+b$

$g(x)=\{(a,b)\}$

باید ۰ $\longrightarrow x^۲-x+m=۰$

چون اگر فواصلی باشد به ازای حالات مختلف جواب مختلف داده است که نقطه به زوج مرتبات

چون نقطه تک عضوی است پس $b=۰$ باشد

$\Delta=۰ \longrightarrow$ تک جواب دارد $\Rightarrow b^۲-۴ac=۰$

$۱-۴m=۰$

$m=\frac{۱}{۴} \Rightarrow x^۲-x+\frac{۱}{۴} \Rightarrow (x-\frac{۱}{۲})^۲ \Rightarrow \sqrt{-(x-\frac{۱}{۲})^۲} \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}$

$a=\frac{۱}{۲}$, $b=۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}+۰=\boxed{\frac{۱}{۲}}=a+b$

۱۰

$f(x)=\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b} \Rightarrow \frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}\overset{g(x)}{=}\frac{۲}{x-c} \Rightarrow ۲x^۲+۱۲x+۲b=۲x^۲-۲xc+ax-ac$

$۲x^۲+۱۲x+۲b=۲x^۲+x(-۲c+a)-ac$

$۱۲x=x(-۲c+a)$

$۱۲=-۲c+a \to a=۱۲+۲c \Rightarrow$

$۲b=-ac \to b=\frac{-ac}{۲}$

$\frac{۲(x+\frac{a}{۲})}{(x+۳)^۲} \Rightarrow \frac{۲}{x-c}$

$(x+\frac{a}{۲})=(x+۳)$

$\frac{a}{۲}=۳ \to a=۶$

$۶=۱۲+۲c$

$-۶=۲c$

$c=-۳$

$\boxed{۹}=\frac{-۶\times-۳}{۲}$

$a+b+c=۹+۶-۳=۱۲$