سوال ۱)

الف) $f(x)=x|x|\geq 0 \to x\geq 0 \to x^2\geq 0$ $\quad f(x)=\sqrt{x|x|}=\sqrt{x\cdot x}=\sqrt{x^2}=|x|=x$

۲۵

$f(x)=x=g(x)$ $\quad f(x)=[0,+\infty)$ $\quad g(x)=R$ ✗ برابر نیست $\quad$ فقط در $[0,+\infty)$ برابرند

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7} \to f(x)=\dfrac{x^2+4x+3+x+1}{x^2+5x+7}=\dfrac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}$

$g(x)=1$

دلتا $\quad 5^2-4\times 7 \to 25-28=-3 \to$ دلتا منفی یعنی مخرج صفر نمی‌شود $Df=Dg$ $\quad Dg=R$ $\quad Df=R$ برابر است ✓

ج) $f(x)=\dfrac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin -3}=2\sin x$ $\quad f(x)=2\sin x=g(x)$

$2\sin x-3=0 \to 2\sin x=3 \to \sin=\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}>1$ $\quad Df=R$ $\quad Dg=R$ $\quad Df=Dg$ برابر است ✓

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x}$

$x>0 \to f(x)=\frac{x}{x}=1$, $g(x)=\frac{x}{x}=1$

$x<0 \to f(x)=\frac{x}{-x}=-1$, $g(x)=\frac{-x}{x}=-1$ $\quad Df=Dg$ برابر است ✓

سوال ۲)

الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2+1-1}{x^2+1}\right]=\left[1-\dfrac{1}{x^2+1}\right]=\left[1^{-}\right]=0$ $\quad g(x)=[x-[x]]=0$ ثابت صفر

$Df=Dg$ برابرند ✓

ب) $f=\dfrac{1}{[2x]}$ $\quad Df=[2x]\neq 0$ $\quad x\neq[0,\frac{1}{2})$

$Dg=2[x]\neq 0$ $\quad [x]\neq 0$ $\quad x\neq[0,1)$ $\quad Df\neq Dg$ برابر نیست ✗

ج) $Df\neq\emptyset$ $\quad Dg=(-\infty,0)$ $\quad Df\neq Dg$ برابر نیست ✗

د) $f(x)=\begin{cases} x^2+x & x=1 \\ 2 & x\neq 1\end{cases}$ $\quad g(x)=x^2+x$ $\quad g(1)=f(1)$ برابر است ✓

$Df=Dg=R$ $\quad g(x)=f(x)$

سوال ۳)

$$f^2(x)-g^2(x)=(f(x)-g(x))(f(x)+g(x)) \rightarrow$$

$$(x^2-x+1)(x^2+x+1)=x^4+x^2+1$$

$$f(x)-g(x)=x^2-x+1$$

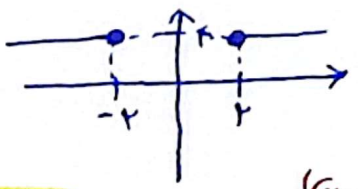
$$f(x)+g(x)=x^2+x+1 \longrightarrow f(x)=x^2+1 \quad g(x)=x$$

سوال ۴)

$$f(x)=x-\sqrt{x^2-4} \rightarrow x^2-4\geq 0 \rightarrow x^2\geq 4 \begin{cases} x\geq 2 \\ x\leq -2 \end{cases} \quad Df=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$$

$$g(x)=x+\sqrt{x^2-4} \rightarrow x^2-4\geq 0 \rightarrow x^2\geq 4 \begin{cases} x\geq 2 \\ x\leq -2 \end{cases} \quad Dg=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$$

$$f\times g=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty) \qquad f\times g=x^2-(x^2-4)=4$$



سوال ۵)

$$\frac{ax+2}{x^2-mx+n}=\frac{x-b}{2x^2-3x-5}=2ax^2-3ax-5ax+4x^2-4x-10=$$

$$2\left(x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}\right) \rightarrow \begin{matrix} m=\frac{3}{2} \\ n=-\frac{5}{2} \end{matrix} \rightarrow \frac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\frac{x-b}{2\left(x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}\right)}$$

$$2ax+4=x-b \rightarrow a=\frac{1}{2} \quad b=-2 \qquad am-bn=\frac{3}{4}-10=-\frac{37}{4}$$

سوال ۶)

۵

$ac = b$

$bc = 1 \rightarrow ac^2 = 4 \rightarrow c = \pm\frac{1}{2}$

$\rightarrow c = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2} \rightarrow b = 4 \rightarrow \frac{ab}{c} = -4$

$\rightarrow c = -\frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow b = -4 \rightarrow \frac{ab}{c} = +4$

سوال ۷

۵

$\frac{2g}{4+g} = \frac{\{(2,8),(3,12),(-1,-8),(5,10)\}}{\{(2,8),(3,4),(-1,-2)\}} = \{(2,1),(3,4),(-1,4)\}$

$R = \{(2,1),(3,4),(-1,4)\}$

سوال ۸)

۳

$a = -1$

$-4 - 2b = +1 \rightarrow -2b = 4 \rightarrow b = -2$ $\qquad a+c = 4$

$a - 2b = c \rightarrow -1 - 2(-2) = 3 \rightarrow c = 3$

سوال ۹)

$$f(x)=\sqrt{-x^2+x-m} \Rightarrow -x^2+x-m \geq 0 \rightarrow -x^2+x \geq m \rightarrow -x(x-1) \geq m$$

$$\downarrow$$

$$\Delta<0 \rightarrow m=\frac{1}{4} \qquad f(x)=\sqrt{-(x-\frac{1}{2})^2} \rightarrow a=\frac{-1}{2} \quad b=0$$

$$a+b=\frac{1}{2}$$

سوال ۱۰)

$$f(x)=g(x) \rightarrow \frac{2x+a}{x^2+4x+b}=\frac{2}{x-c}$$

$$\downarrow$$

$$\Delta=0 \rightarrow b=9 \rightarrow D_f=D_g \rightarrow c=-2$$

$$\frac{2x+a}{x+2}=2 \rightarrow a=4 \qquad a+b+c=11$$