

الف -  $f(x) = 2x|x|$  و  $g(x) = x$   
 $x|x| \geq 0$   
 این  $x$  متناهی است  
 با هم برابر است  
 $D_f = [0, +\infty)$   $D_1 \neq D_2 \rightarrow X$

ب -  $f(x) = \frac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+4}$  و  $g(x) = 1$   
 $x^2+5x+4 \neq 0$   
 $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 1 \times 4 = 25 - 16 = 9$   
 $\sqrt{\Delta} = 3$   
 $x_1 = \frac{-5-3}{2} = -4$   
 $x_2 = \frac{-5+3}{2} = -1$   
 $D_f = D_2 = R$

ج -  $f(x) = \frac{x \sin^2 x - \sin x}{x \sin x - 3}$  و  $g(x) = \frac{x^2 + x + 3x + 3 + x + 4}{x^2 + 5x + 4} = \frac{x^2 + 5x + 7}{x^2 + 5x + 4} = 1$   
 $x \sin x - 3 \neq 0$   
 $x \sin x \neq 3$   
 $\sin x \neq \frac{3}{x}$   
 $D_1 = D_2 = R$

د -  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  و  $g(x) = \frac{|x|}{x}$   
 $|x| \neq 0 \rightarrow x \neq 0$   
 $D_1 = D_2 = R - \{0\}$   
 $0 \rightarrow f(x) = g(x) = 0$   
 $1 \rightarrow f(x) = g(x) = 1$   
 $-1 \rightarrow f(x) = g(x) = -1$   
 $f(x) = g(x) \checkmark$

\* چون  $\sin x$  و  $\frac{3}{x}$  هر دو در  $[0, 1]$  متناهی هستند پس  $\sin x = \frac{3}{x}$  در  $[0, 1]$  حتماً برقرار است.

ع -  $f(x) = \frac{x \sin x (x \sin x - 3)}{x \sin x - 3} = x \sin x$   
 $f(x) = g(x) = x \sin x \checkmark$

الف -  $f(x) = \left[ \frac{x^2}{x^2+1} \right]$  و  $g(x) = [x - 1/x]$   
 $x \in Z$  مثلاً اگر  $x=1$   $[1 - 1] = 0$   
 $x \notin Z$  مثلاً اگر  $x=1.5$   $[1.5 - 2/3] = [5/6] = 0$   
 $f(x) = g(x) = 0 \checkmark$   
 $D_1 = D_2 = R$

ب -  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2}$   
 $x=0$  یا  $x=\infty$  متناهی است  
 $f(x) = \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{\infty+1} = 0$   
 $g(x) = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{\infty} = 0$   
 $f(x) \neq g(x) \times$

ج -  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{1}{x|x|-x}$   
 $x-1 \neq 0$   
 $x \neq 1$   
 $D_1 = \emptyset$   $D_1 \neq D_2$   
 $|x|-x \geq 0$   
 $|x| \geq x \rightarrow D_2 = R$

د -  $f(x) = \frac{x^2-x}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{x^2+x}{x^2+x}$   
 $x \neq 1$   
 $x=1 \rightarrow g(x) = \frac{1+1}{1+1} = 1$   
 $f(x) = 1$   
 $x=2 \rightarrow g(x) = \frac{4+2}{4+2} = 1$   
 $f(x) = g(x) \checkmark$

ه -  $f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 \rightarrow x^2 + 1 + g(x) = x^2 + 1 + x \rightarrow g(x) = x$   
 $f(x) - g(x) = x^2 - x + 1$   
 $2f(x) = 2x^2 + 2 \rightarrow f(x) = x^2 + 1$   
 $f^2(x) - g^2(x) = (x^2+1)^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = x^4 + x^2 + 1$

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$$

$$g(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$$

$$f \times g = (x - \sqrt{x^2 - 4})(x + \sqrt{x^2 - 4})$$

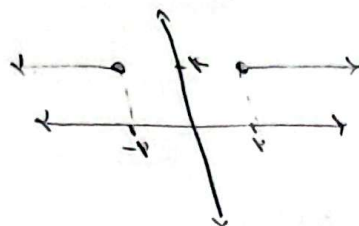
$$= x^2 + x\sqrt{x^2 - 4} - x\sqrt{x^2 - 4} - (x^2 - 4)$$

$$= x^2 - x^2 + 4$$

$$f \times g = 4$$

$$x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 > 4 \rightarrow x > 2 \text{ or } x < -2$$



$$\frac{x-b}{x^2-4x-4} = \frac{ax+1}{x^2-mx+n}$$

$$(ax+1)(x^2-4x-4) = (x-b)(x^2-mx+n)$$

$$ax^3 - 4ax^2 - 4ax + x^2 - 4x - 4 = x^3 - mx^2 + nx - bx^2 + mbx - bn$$

$$ax^3 - 4ax^2 - 4ax + x^2 - 4x - 4 = x^3 - mx^2 + nx - bx^2 + mbx - bn$$

$$ax^3 = x^3 \rightarrow a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{1}$$

$$-4 = -bn \rightarrow bn = 4$$

$$-4a = -m-b$$

$$-4 = -m-b \rightarrow m+b = 4$$

ادامه دارد

\* بخش دوم از این سند جدا شده است

$$f(x) = \frac{bx+1}{ax+b}$$

$$g(x) = c$$

$$Dg = R - \{a\}$$

$$\frac{bx+1}{ax+b} = c$$

$$acx + bc = bx + 1 \rightarrow b = ac$$

$$bc = 1$$

$$c = \frac{1}{b} \quad b = 4 \quad a = \frac{1}{4}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{\frac{1}{4} \times 4}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$acx + ac^2 = acx + 1$$

$$ac^2 = 1 \rightarrow c^2 = \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$b = ac \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times c \rightarrow c = 1$$

$$c = \frac{1}{b} \quad b = -4 \quad a = \frac{1}{-4}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{\frac{1}{-4} \times -4}{\frac{1}{-4}} = \frac{-1}{\frac{1}{-4}} = 4$$

$$a \neq 0$$

$$ax + b \neq 0$$

$$\textcircled{1} ax + 1 \neq 0$$

$$ax \neq -1$$

$$x \neq \frac{-1}{a}$$

$$x \neq \frac{-1}{\frac{1}{4}} = -4$$

$$\textcircled{2} ax - 1 \neq 0$$

$$ax \neq 1$$

$$x \neq \frac{1}{a}$$

$$x \neq \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$f^{-1} = \{(-1, 4), (4, 1), (1, -4), (0, 0)\}$$

$$f = \{(-1, 4), (4, 1), (1, -4), (0, 0)\}$$

$$g = \{(1, 4), (4, 1), (-1, -4), (0, 0)\}$$

$$\frac{fg}{f+g} = \{(1, \frac{4 \times 1}{4+1}), (4, \frac{1 \times 4}{1+4}), (-1, \frac{-4 \times -4}{-4-4}), (0, \frac{0 \times 0}{0+0})\}$$

$$\frac{fg}{f+g} = \{(1, 1), (4, 1), (-1, 1), (0, 0)\}$$

$$\{(1, a), (-1, 3a-2b), (c, 0), (1, d)\} = \{(1, -1), (-1, 1), (a-3b, 0)\}$$

$$a = d = -1$$

$$3a-2b = 1$$

$$-3-2b = 1$$

$$-4 = 2b \rightarrow b = -2$$

$$a-3b = c$$

$$-1-3(-2) = c$$

$$-1+6 = c \rightarrow c = 5$$

$$d+c = -1+5 = 4$$

\* چون یک زوج مرتب داریم به این معادله که عبارت زیر را می توانیم یک دایره داشته باشیم و  
 معادله یک دایره دارد که دایره آن برابر دو دایره باشد.

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + x - m}$$

$$g(x) = f(a, b)$$

$$\Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$1^2 - 4 \times 1 \times -m = 0$$

$$1 - 4m = 0$$

$$4m = 1 \rightarrow m = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

دایره اول

$$f(x) = \sqrt{-(\frac{1}{4})^2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{-\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{0} = 0$$

دایره دوم

$$g(x) = f(a, b) = f(\frac{1}{4}, 0)$$

$$a + b = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}$$

9

$$g(x) = \frac{4}{x-c}$$

$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$

این دو دایره ای مربع  
 مساوی دارند چون  
 $x-c$  یک دایره ای مربع دارد  
 برای آن هم معادله را می توانیم  
 پس مربع  $f(x)$  مربع دو دایره ای است.

$$x+c \rightarrow f(x) = \frac{4}{x+3}$$

$$g(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+9}$$

$$f(x) = g(x)$$

$$a+b+c = 9+9-3 = 15$$

$$x^2+4x+b = x^2+4x+9$$

$$= (x+3)^2 \rightarrow b=9$$

$$\downarrow$$

$$-3 \rightarrow x = -3$$

$$x-c = 0 \rightarrow c = -3$$

$$x=c$$

$$\frac{4}{x+3} = \frac{2x+a}{x^2+4x+9}$$

$$4(x^2+4x+9) = (x+3)(2x+a)$$

$$4x^2 + 16x + 36 = 2x^2 + xa + 4x + 3a$$

$$2x^2 + x(a+4) + 3a$$

$$a+4 = 12 \rightarrow a=8$$

$$4a = 36 \rightarrow a=9$$

$$\Delta = 9 - 4 \times 2 \times -9$$

$$= 9 + 72 = 81$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{4 \pm 9}{4}$$

$$\frac{4+9}{4} = \frac{13}{4} = 3.25$$

$$\frac{4-9}{4} = \frac{-5}{4} = -1.25$$

$$x^2 + (\frac{13}{4} - 1)x + (\frac{13}{4} - 1)$$

$$x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{5}{4} = x^2 - mx + n$$

$$-m = \frac{9}{4} \rightarrow m = -\frac{9}{4}$$

$$n = -\frac{5}{4}$$

دایره ای 9

10

$$g(x) = \frac{x-b}{x^2-3x-6}$$

$$f(x) = \frac{ax+2}{x^2-mx+n}$$

دایره ای  
 دایره ای

تبدیل به دایره ای

$$am - bn = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} - 10 = \frac{3}{16} - 10$$

$$= \frac{3-160}{16} = \frac{-157}{16}$$

\* اینجا با توجه به این که  $g(x)$  دایره ای و  $f(x)$  دایره ای است  
 پس صورت آن هم باید دایره ای باشد:

$$x-b = 2(ax+2)$$

$$2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$x-b = 2ax+4$$

$$-b = 4 \rightarrow b = -4$$

$$am - bn = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} - (-4 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{3}{16} - 10 = \frac{3-160}{16} = \frac{-157}{16}$$

?