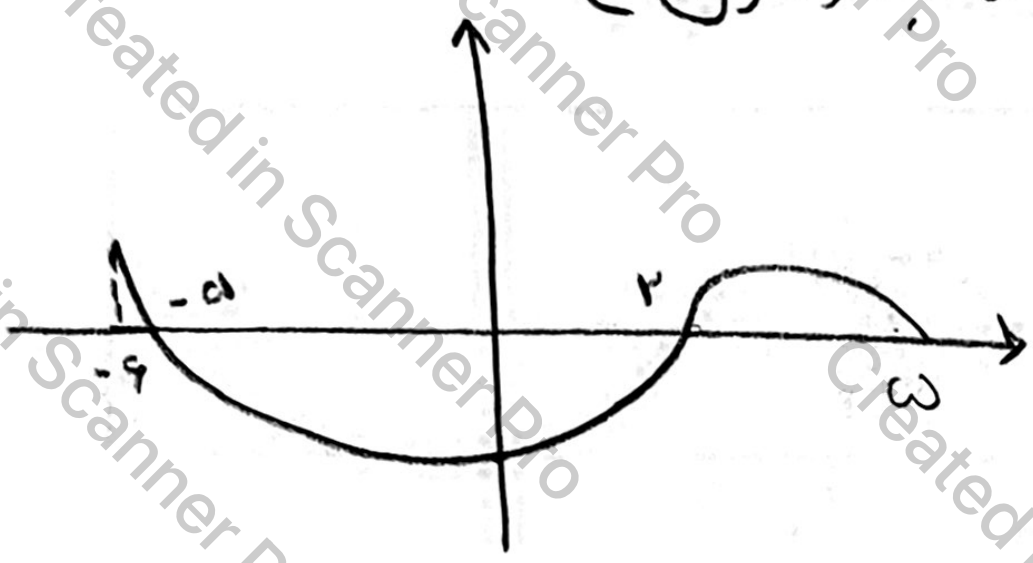
پاسخنامه تشریحی

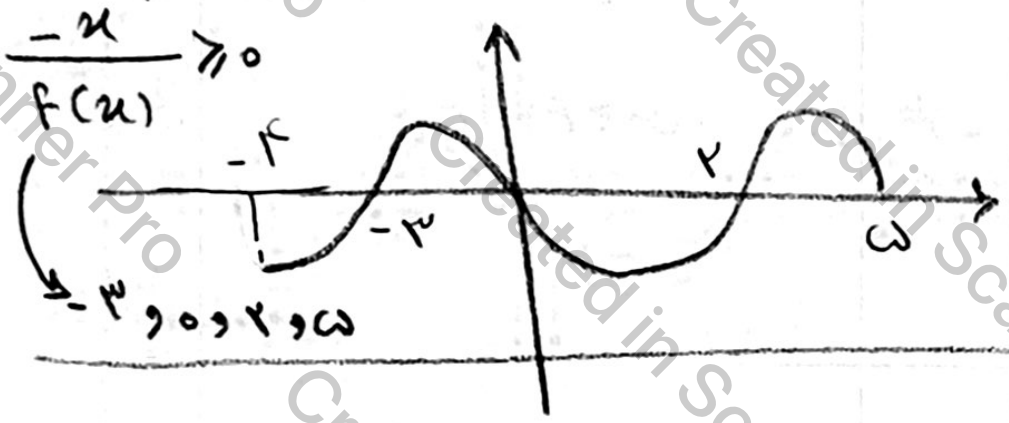
(۱)



$[۲,۳] \cup [-۵,۰]$

x	-۳		۰		۲		۳
f	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$		

(۲)



x	-۳		۰		۲		۳
f	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	

$(-۳,۰) \cup (۰,۲) \quad -۲, -۱, ۱ \Rightarrow$ ۳ عدد

(۳)

$$f(x) - ۲f(۲) = x^۳ - ۳x + ۲$$

$x=۲ \rightarrow f(۲) - ۲f(۲) = ۸ - ۶ + ۲ \rightarrow f(۲) = -۲$

$x=-۲ \rightarrow f(-۲) + ۲f(۲) = -۸ + ۶ + ۲ \Rightarrow f(-۲) = ۱۰$

(۴)

$$f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+۲} & ; x > ۳ \\ ۲x + ۳ & ; x \leq ۳ \end{cases}$$

$f(f(۵)) + f(f(۱)) \rightarrow f(۲) + f(۵) = ۹$

$۵ - \sqrt{۵+۲} = ۲ \qquad ۲+۳ = ۵ \qquad ۲+۳ = ۷$

(۵)

$f(x-۱) = a(x-۱)^۲ - b(x-۱) + ۲ = a(x^۲ + ۱ - ۲x) - b(x-۱) + ۲$

$= ax^۲ + a - ۲ax - bx + b + ۲$

$ax^۲ + a - ۲ax = bx - b + ۱ - ax^۲ + bx - ۲ = ۶x + ۲$

$a - ۲ax - ۴b = ۶x + ۲ \rightarrow -۲a = ۶ \Rightarrow a = -۳$

$a - b = -۲ \Rightarrow a = -۸ \qquad -۳ + b = ۲ \rightarrow b = ۵$

(۶)

$$f(x) = \frac{x^۲+۴x+۵}{x^۲+۴x+۷} = \frac{x^۲+۴x+۴+۱}{x^۲+۴x+۴+۳} \quad \left(\frac{(x+۲)^۲ + ۱}{(x+۲)^۲ + ۳}\right)$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt{۳}-۲} f(x) = \frac{(\sqrt{۳}-۲+۲)^۲+۱}{(\sqrt{۳}-۲+۲)^۲+۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

---

(۷)

$$f\left(x-\frac{1}{x}\right) = \frac{x^۴+۱}{x^۲} \qquad \frac{x^۴}{x^۲} + \frac{1}{x^۲} = x^۲ + \frac{1}{x^۲}$$

$$x - \frac{1}{x} = -۳ \rightarrow \frac{x^۲-۱}{x} = -۳ \rightarrow x^۲-۱+۳x=۰$$

$$x^۲+۳x-۱=۰ \quad (x+$$

$$x^۲ + \frac{1}{x^۲} + ۲ - ۲ = \left(x-\frac{1}{x}\right)^۲$$

$$f\left(x-\frac{1}{x}\right) = \left(x-\frac{1}{x}\right)^۲+۲ \rightarrow ۳^۲+۲ = \boxed{۱۱}$$

---

(۸)

$$f(x) = \{(۲,۰),(۱,-۴),(۰,۲),(۷,۱)\}$$

$$g(x) = \sqrt{۹-x^۲}$$

اشتراک دامنه g و f - صفر مخرج

$$\frac{f}{g} = \left(۱,\frac{-۲}{\sqrt{۲}}\right)\left(۰,\frac{۲}{۳}\right)\left(۲,\frac{۰}{\sqrt{۵}}\right)$$

$$\frac{g}{f} = \left\{۰,\frac{۳}{۲}\right\},\left\{۱,\frac{\sqrt{۲}}{-۲}\right\}$$

---

(۹)

$$f(x) = \{(۲,۱),(۳,۴),(-۵,۲),(۱,-۲)\}$$

$$۲f(x) = \{۲,۲\},\{۳,۸\},\{-۵,۴\},\{۱,-۴\}$$

$$f(x)+۱ = \{۲,۲\},\{۳,۵\},\{-۵,۳\},\{۱,-۱\}$$

$$۳f^۲(x)+۱ = \{۲,۴\},\{۳,۴۹\},\{-۵,۱۳\},\{۱,۱۳\}$$

$$f(۲x) = (۱,۱)\left(\frac{۳}{۲},۴\right)\left(\frac{-۵}{۲},۲\right),\left(\frac{۱}{۲},-۲\right)$$

۱۰

$f(x) = \{(۲,۳),(۷,۲),(۱,۴),(۳,۱),(۵,۲)\}$

$g(x) = \{(۱,۰),(۲,۱),(-۱,۴),(-۲,-۳),(۳,-۱)\}$

$f - g = \{۲,۲\},\{۳,۲\},\{۱,۴\}$

$\frac{۲f}{g} = \{۲,۴\},\{۳,-۲\},$ ~~$\{۱,×\}$~~

$\frac{۴}{۱}$ $\frac{۲}{-۱}$