بارسیتا ری — کلاس دهم دختر C — تکلیف شماره‌ی ۶ — ۲۵

۱) دامنه

ب) $\frac{x+2}{2x^3-x^2-8x-3} \neq 0$

$2x^3-x^2-8x-3$ بر $x+1$ بخش‌پذیر است.

$\begin{array}{c|c} 2x^3-x^2-8x-3 & x+1 \\ \hline 2x^3+2x^2 & 2x^2-3x-3 \\ \hline -3x^2-8x & \\ -3x^2-3x & \\ \hline -5x-3 & \\ -5x-5 & \\ \hline 2 & \end{array}$

$2x^2-3x-3=0$

$\Delta = 9+24 = 33$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$

$D_f = \mathbb{R} - \left\{-1, \frac{3-\sqrt{33}}{4}, \frac{3+\sqrt{33}}{4}\right\}$

(۲)

الف) $\frac{x+1}{4x^3-25x^2+31x-10} \neq 0$

$4x^3-25x^2+31x-10$ بر $x-1$ بخش‌پذیر است.

$\begin{array}{c|c} 4x^3-25x^2+31x-10 & x-1 \\ \hline 4x^3-4x^2 & 4x^2-21x+10 \\ \hline -21x^2+31x & \\ -21x^2+21x & \\ \hline 10x-10 & \\ 10x-10 & \\ \hline 0 & \end{array}$

$4x^2-21x+10=0$

$\Delta = 441-160 = 281$

$x = \frac{21 \pm \sqrt{281}}{8}$

$D_f = \mathbb{R} - \left\{1, \frac{21-\sqrt{281}}{8}, \frac{21+\sqrt{281}}{8}\right\}$

ب) $\frac{x+2}{x-\sqrt{4x-2}} \neq 0$

$x \neq \sqrt{4x-2}$

$x^2 \neq 4x-2$

$x^2-4x+2 \neq 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$

$D_f = [\frac{1}{2}, +\infty) - \{2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}\}$

(۲)

۳) دامنه

الف) $\frac{x+1}{x-\sqrt{-2-2x}} \neq 0$

$x \neq \sqrt{-2-2x}$

$x^2 \neq -2-2x$

$x^2+2x+2 \neq 0$

$(x+2)(x-1) \neq 0$

$x \neq -2, 1$

$-2x-2 \geq 0 \Rightarrow -2x \geq 2 \Rightarrow x \leq -1$

$D_f = (-\infty, -1] - \{-2\}$

ب) $\frac{x+2}{x-\sqrt{4x-2}} \neq 0$

$4x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$

$x \neq \sqrt{4x-2}$

$x^2 \neq 4x-2$

$x^2-4x+2 \neq 0$

$(x-1)(x-2) \neq 0$

$x \neq 1, 2$

$D_f = [\frac{1}{2}, +\infty) - \{1, 2\}$

(۲)

۴) دامنه مرکب و مثلثاتی

الف) $\frac{\sin x}{2\cos x - 1} \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq \frac{1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{5\pi}{3}\}$

ب) $\frac{\cos x + 1}{2\sin x + 1} \neq 0 \Rightarrow \sin x \neq -\frac{1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{2k\pi + \frac{7\pi}{6}, 2k\pi + \frac{11\pi}{6}\}$

ج) $\frac{\tan x + 2}{\cot x - 1} \neq 0$

$\frac{\frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x}}{\frac{\cos x - \sin x}{\sin x}}$

$\cot x \neq 1$

$\sin x \neq 0$

$\cos x \neq 0$

$D_f = \mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{4}\}$

د) $\frac{\sin x + 1}{4\sin^2 x - 3} \neq 0 \Rightarrow \sin^2 x \neq \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \neq \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi - \frac{\pi}{3}\}$

۵) تعیین علامت و بازه نوشتن

الف) $\frac{x^2-5x+4}{(x-2)(x-3)} > 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & & 2 & & 3 \\ \hline + & \phi & - & \phi & + & \end{array}$

$(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

ب) $\frac{x^2-4x+3}{(x-1)(x-3)} < 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & & 3 & & \\ \hline + & \phi & - & \phi & + & \end{array}$

$(1, 3)$

ج) $\frac{x^2+4x+3}{(x+1)(x+3)} \geq 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & -3 & & -1 & & \\ \hline + & \phi & - & \phi & + & \end{array}$

$(-\infty, -3] \cup [-1, +\infty)$

د) $\frac{x^2-7x+6}{(x-1)(x-6)} < 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & & 6 & & \\ \hline + & \phi & - & \phi & + & \end{array}$

$[1, 6]$

۶) تعیین علامت و بازه نوشتن

الف) $\frac{x^2-3x+1}{x-5} < 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & 0.4 & & 2 & & 5 \\ \hline - & \phi & + & \phi & - & \end{array}$

$(-\infty, 1) \cup (2, 5)$

ب) $\frac{x^2-1}{x^2-4x+3} \geq 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & -1 & & 1 & & 3 \\ \hline + & \phi & - & \phi & + & \end{array}$

$(-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$

۷) تعیین علامت و بازه نوشتن

$(-\infty, -1] \cup (5, +\infty)$

۶) دامنه

الف) $\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}} \geq 0$ ، $x^2-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1$

$\frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$

	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$+$	

$D_f = [3, +\infty)$

ب) $\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}} \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1$

$D_f = \mathbb{R} - \{-1, +1\}$

۷) دامنه

الف) $\log(x^2-2x)$ ، $x^2-2x > 0$

$x(x-2) > 0$

	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$		

$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

ب) $\log \frac{14-x^2}{|x|-2}$ ، $14-x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 14$ ، $|x|-2 \neq 0 \Rightarrow |x| \neq 2$

$-\sqrt{14} < x < \sqrt{14}$ ، $x \neq \pm 2$

$-\sqrt{14} < x < -2$ یا $-2 < x < 2$ یا $2 < x < \sqrt{14}$

$D_f = (-\sqrt{14}, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \sqrt{14}) - \{-\sqrt{13}, \sqrt{13}\}$

۸) تعیین علامت به روش سریع و تابع گویا

$y = \frac{x^2-x}{x^2+x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)}$

	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x^2-x	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+x	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$+$	$+$	$\nexists$	$-$	0	$-$	0	$+$	

۹) دامنه تابع خواسته شده

$y = \sqrt{\frac{4-f(x)}{f(x)}}$

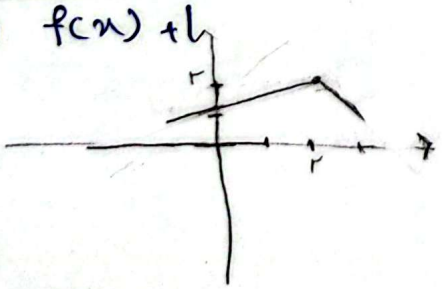
	-3		-1		2		3
$4-f(x)$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{4-f(x)}{f(x)}$	$-$	$\nexists$	$+$	0	$+$	$\nexists$	$-$

$f(x) \neq 0$

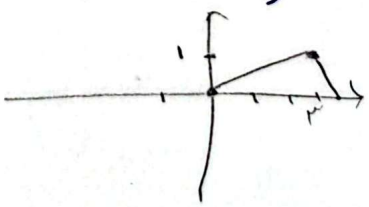
$D_f = (-3, -1] \cup [2, 3)$

۱۰) با توجه به نمودار $f(x)$

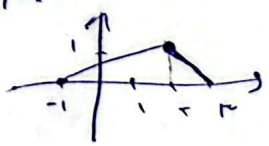
الف) $f(x)+1$



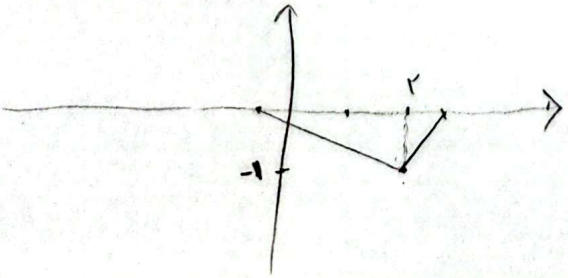
ب) $f(x-1)$



ج) $f(|x|)$



د) $-f(x)$



ه) $f(x+1)+2$