پانید اسکافی سری ۶ تکالیف (به نام خدا)

۱)

$$y=\frac{x+4}{4x^3-20x^2+31x-15} \to 4-20+31-15=0$$

$$\begin{array}{l|l} 4x^3-20x^2+31x-15 & x-1 \\ \hline \cancel{-4x^3}+4x^2 & 4x^2-16x+15 \\ -16x^2+31x & \\ +16x^2-16x & \\ 15x-15 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(4x^2-16x+15)$

$x\neq 1$

$4x^2-16x+15=$

$x^2-16x+60 \to (x-6)(x-10)$

ریشه‌ها $=\frac{+6}{4}=\frac{+3}{2}$ ، $\frac{+10}{4}=\frac{+5}{2}$

$$D_f=\mathbb{R}-\left\{1,\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right\}$$

$$y=\frac{x+3}{3x^3-x^2-8x-4} \qquad -3-1=-8+3=-5$$

$$\begin{array}{l|l} 3x^3-x^2-8x-4 & x+1 \\ \hline -3x^3-3x^2 & 3x^2-4x-4 \\ -4x^2-8x & \\ +4x^2+4x & \\ -4x-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x+1)(3x^2-4x-4)$

$x\neq -1$

$3x^2-4x-4 \to$

$x^2-4x-12 \to$

$(x-6)(x+2)$

$x\neq\frac{+6}{3}=2$ ، $x\neq\frac{-2}{3}$

$$D_f=\mathbb{R}-\left\{1,2,\frac{-2}{3}\right\}$$

۲)

$$y=\frac{x+1}{x-\sqrt{3-2x}} \qquad 3-2x\geq 0 \quad 3\geq 2x \qquad x\leq\frac{3}{2}\to x\leq 1{,}5$$

$x-\sqrt{3-2x}\neq 0$

$x\neq\sqrt{3-2x} \xrightarrow{x\geq 0} x^2\neq 3-2x \to x^2+2x-3\neq 0$

$(x+3)(x-1)$

$x\neq -3, +1$

$-3-\sqrt{3-2(-3)}$

$-3-3=-6$ پس -3 قبول ✓

$$D_f=(-\infty,1)\cup\left(1,\frac{3}{2}\right]$$

$y=\frac{x+۲}{x-\sqrt{۳x-۲}} \rightarrow ۳x-۲\geq ۰ \quad ۳x\geq ۲ \quad x\geq \frac{۲}{۳}$

$\times\ ۱-\sqrt{۱}=۰ \qquad x-\sqrt{۳x-۲}\neq ۰$

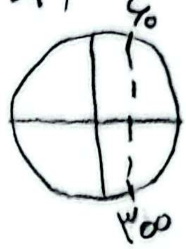
$\times\ ۲-\sqrt{۴} \qquad x\neq\sqrt{۳x-۲} \xrightarrow{x\geq ۰} x^۲-۳x+۲\neq ۰$

$(x-۱)(x-۲)\neq ۰$

$D_f=[\frac{۲}{۳},+\infty)-\{۱,۲\} \qquad x\neq ۱,۲$

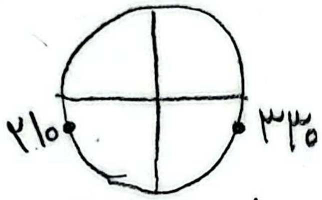
$y=\frac{\sin x}{۲\cos x-۱} \rightarrow ۲\cos x-۱\neq ۰$ (۳

$۲\cos x\neq ۱ \longrightarrow \cos x\neq \frac{۱}{۲}$



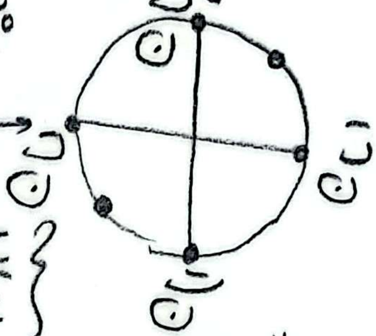
$D_f=\mathbb{R}-\{۲k\pi+\frac{\pi}{۳},\ ۲k\pi-\frac{\pi}{۳}\}$

$y=\frac{\cos x+۱}{۲\sin x+۱} \quad ۲\sin x+۱\neq ۰ \rightarrow ۲\sin x\neq -۱ \rightarrow \sin x\neq \frac{-۱}{۲}$



$\mathbb{R}-\{۲k\pi-\frac{\pi}{۶},\ ۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶}\}$

$y=\frac{\tan x+۲}{\cot x-۱} \quad \cot x\neq ۱ \rightarrow$

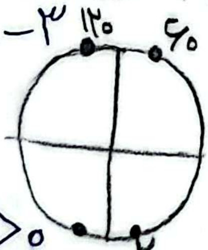


$\cos x\neq ۰$

$\sin x\neq ۰$

$\mathbb{R}-\{k\pi,\ k\pi+\frac{\pi}{۲},\ k\pi+\frac{\pi}{۴}\}$

$y=\frac{\sin x+۱}{۴\sin^۲ x-۳} \Rightarrow ۴\sin^۲ x\neq ۳ \rightarrow \sin^۲ x\neq \frac{۳}{۴} \rightarrow \sin x\neq \frac{\pm\sqrt{۳}}{۲}$



$\mathbb{R}-\{k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\}$

$x^۲-۵x+۶>۰$ (۴

$(x-۲)(x-۳)$

	۲		۳	
+	۰	−	۰	+

$\rightarrow (-\infty,۲)\cup(۳,+\infty)$

$x^۲-۶x+۵<۰$

$(x-۱)(x-۵)$

	۱		۵	
+	۰	−	۰	+

$(۱,۵)$

$x^۲+۶x+۵\geq ۰$

$(x+۱)(x+۵)$

	−۵		−۱	
+	۰	−	۰	+

$(-\infty,-۵]\cup[-۱,+\infty)$

$x^2 - 7x + 6 \leq 0$ $\quad$ $(x-6)(x-1)$ $\quad$ $\begin{array}{ccccc} & 1 & & 6 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array} \rightarrow [1,6]$

۵)

$\dfrac{x^2-3x+2}{x-5} < 0 \quad \dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-5)} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & 1 & & 2 & & 5 & \\ - & \circ & + & \circ & - & \square & + \end{array}$

$(-\infty, +1) \cup (2,5)$

$\dfrac{x^2-1}{x^2-6x+5} \geq 0 \quad \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-5)(x-1)} = \begin{array}{ccccccc} & -1 & & 1^* & & 5 & \\ + & \circ & - & \square & - & \square & + \end{array}$

$(-\infty, -1] \cup (5, +\infty)$

۶)

$y = \sqrt{\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-1}} \rightarrow \dfrac{(x-3)(x-1)}{(x-1)\underbrace{(x^2+x+1)}_{\text{صفر نمی‌شه}}} \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 1^* & & 3 & \\ - & \square & - & \circ & + \end{array}$

$D_f = [3, +\infty)$

$y = \sqrt[3]{\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}} \rightarrow$ فرجه ۳ زیر رادیکال می‌تونه منفی باشه. $\quad x^2-1 \neq 0 \quad x \neq \pm 1$

$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

۷)

$y = \log(x^2-3x) \quad x^2-3x > 0 \quad x(x-3) > 0 \quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 3 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array}$

$(3, +\infty) \cup (-\infty, 0)$

$y = \log_{|x|-2}^{16-x^2} \quad 16-x^2 > 0 \quad 16 > x^2 \quad 4 > x > -4$

$|x|-2 > 0 \quad |x| > 2 \rightarrow x > 2$

$|x|-2 \neq 1 \qquad x < -2$

$x \neq 3, -3$

$(-4, -2) \cup (2, 4) - \{3, -3\} \quad D_f =$ $-4 \quad -2 \quad 0 \quad 2 \quad 4$

$y=\log_{10-x}\frac{x^2-7x+12}{x-3} \longrightarrow \frac{x^2-7x+12}{x-3}>0 \qquad \frac{(x-3)(x-4)}{x-3}>0$

$10-x\neq 1 \quad x\neq 9$

	3		4	
−	∘	−	0	+

$(4,+\infty)$

$10-x>0$

$10>x$

$(4,10)-\{9\}$

$y=\sqrt{x^2-11x+28}+\log_x\sqrt{36-x^2} \longrightarrow 36-x^2\geq 0 \quad 36\geq x^2$

$6\geq x\geq -6$

$(x-7)(x-4)$

	4		7	
+	0	−	0	+

$x\longrightarrow x\neq 1$

$x>0$

$-6 \quad 0 \quad 4 \quad 6 \quad 7$

$(0,4]-\{1\}$ *

$y=\frac{x^2-x}{x^2+x} \quad \frac{x(x-1)}{x(x+1)}$

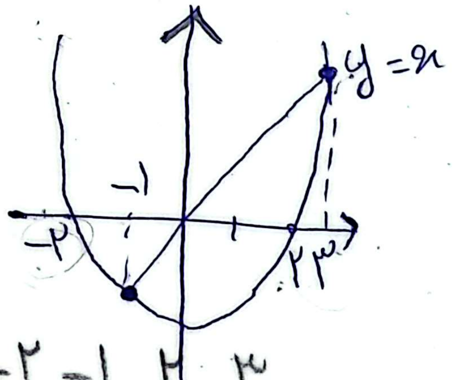
		−1		*0		1	
x^2-x	+		+	0	−	0	+
x^2+x	+	0	−	0	+		+
y	+	∘	−	∘	−	0	+

	−1		*0		1	
+	∘	−	∘	−	0	+

$y=\sqrt{\frac{x-f(x)}{f(x)}} \qquad \frac{x-f(x)}{f(x)}$

$f(x)$ ← ریشه $=\pm 2$

ریشه‌ها $x=f(x) \longrightarrow 3,-1$

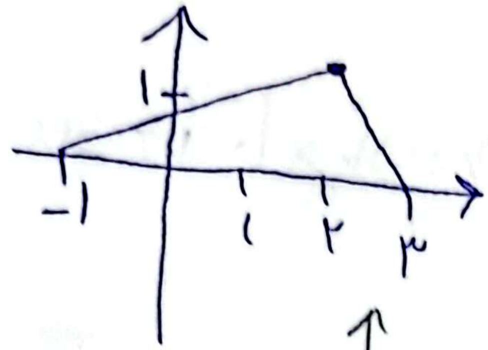


	−2		−1		2		3	
+	∘	+	0	−	∘	+	0	+

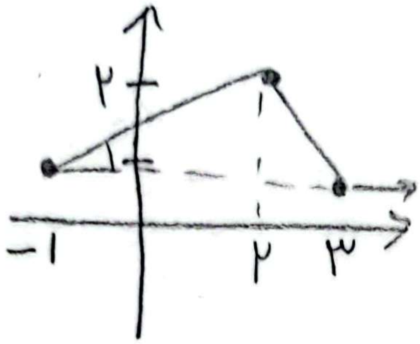
$D_f=(-2,-1]\cup(2,3]$

ع۱۰

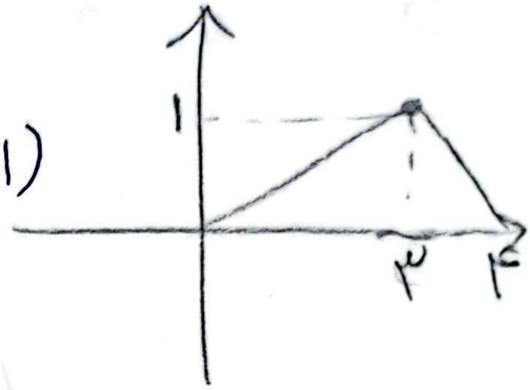
$f(x)$



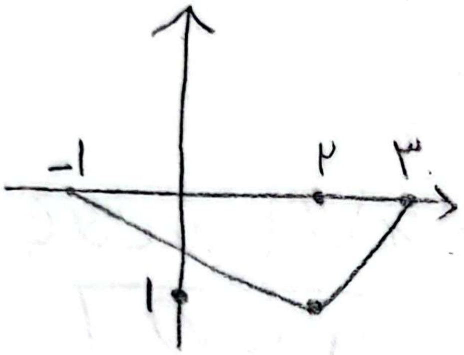
$f(x)+1$



$+1$ $f(x-1)$



$-f(x)$



$f(x+1)+2$