/ /

زهرا سادات حسینی

۱

۲

الف) $y = \dfrac{x+4}{4x^3 - 20x^2 + 31x - 15} =$

$4x^3 - 20x^2 + 31x - 15 = (x-1)(2x-5)(2x-3)$

جمع ضرایب = ۰ پس بر $x-1$ بخش‌پذیر

ریشه‌های مخرج = 1 ، $\frac{5}{2}$ ، $\frac{3}{2}$

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - 20x^2 + 31x - 15 & x-1 \\ \hline -4x^3 + 4x^2 & 4x^2 - 16x + 15 \\ \hline -16x^2 + 31x - 15 & \\ +16x^2 - 16x & \\ \hline 15x - 15 & \\ -15x + 15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$D_f = \mathbb{R} - \{1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}$

ب) $y = \dfrac{x+3}{3x^3 - x^2 - 8x - 4} =$

دامنه = $\mathbb{R}$ - ریشه‌های مخرج

$$\begin{array}{l|l} 3x^3 - x^2 - 8x - 4 & x+1 \\ \hline -3x^3 - 3x^2 & 3x^2 - 4x - 4 \\ \hline -4x^2 - 8x - 4 & \\ +4x^2 + 4x & \\ \hline -4x - 4 & \\ +4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

روش روسی

$x^2 - 4x - 12$

$(x-6)(x+2)$

-2 ، $\frac{2}{3}$

$D_f = \mathbb{R} - \{+2, -\frac{2}{3}, -1\}$

۲

الف) $y = \dfrac{x+1}{x - \sqrt{3-2x}} =$

$x - \sqrt{3-2x} \neq 0 \rightarrow x \neq \sqrt{3-2x}$

$x^2 \neq 3 - 2x \rightarrow x^2 + 2x - 3 \neq 0 \rightarrow$

$(x-1)(x+3) \neq 0$

ریشه‌ها $\leftarrow 1$ ، -3 پاسخ ریشه زائد که صفر نمی‌کند

$D_f = (-\infty, \frac{3}{2}] - \{1\}$

$3 - 2x \geq 0 \rightarrow 3 \geq 2x \rightarrow \frac{3}{2} \geq x$

زهرا سادات مسیح

/ /

ب) $y = \dfrac{x+۲}{x-\sqrt{۳x-۲}}$ $\quad x-\sqrt{۳x-۲} \neq ۰ \rightarrow$

$x \neq \sqrt{۳x-۲} \rightarrow$

$x^۲ \neq ۳x-۲ \rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ \neq ۰$

$(x-۱)(x-۲) \neq ۰$

$\downarrow \quad \downarrow$

۱ ۲

$۳x - ۲ \geqslant ۰$

$۳x \geqslant ۲$

$x \geqslant \dfrac{۲}{۳}$

$D_f = [\dfrac{۲}{۳}, +\infty) - \{۱, ۲\}$

۳

الف) $y = \dfrac{\sin x}{۲\cos x - ۱}$ $\quad ۲\cos x - ۱ \neq ۰ \rightarrow ۲\cos x \neq ۱ \rightarrow \cos x \neq \dfrac{۱}{۲}$

$D_f = R - \{۲\pi k \pm \dfrac{\pi}{۳}\}$

ب) $y = \dfrac{\cos x + ۱}{۲\sin x + ۱}$ $\quad ۲\sin x + ۱ \neq ۰ \rightarrow \sin x \neq -\dfrac{۱}{۲}$

$D_f = \mathbb{R} - \{۲k\pi - \dfrac{\pi}{۶}, ۲k\pi + ۷\dfrac{\pi}{۶}\}$

ج) $y = \dfrac{\tan x + ۲}{\cot x - ۱} = \dfrac{\frac{\sin x}{\cos x} + ۲}{\frac{\cos x}{\sin x} - ۱} =$

$D_f = \mathbb{R} - \{\dfrac{k\pi}{۲}, k\pi + \dfrac{\pi}{۴}\}$

① $\cos x \neq ۰$

② $\sin x \neq ۰$

③ $\cot x - ۱ \neq ۰ \rightarrow \cot x \neq ۱$

د) $y = \dfrac{\sin x + ۱}{۴\sin^۲ x - ۳}$ $\quad ۴\sin^۲ x - ۳ \neq ۰ \rightarrow \sin^۲ x \neq \dfrac{۳}{۴} \rightarrow \sin x \neq \pm \dfrac{\sqrt{۳}}{۲}$

$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \dfrac{\pi}{۳}, k\pi + \dfrac{۲\pi}{۳}\}$

۴

الف) $x^۲ - ۵x + ۶ \geqslant ۰ \rightarrow (x-۲)(x-۳) \geqslant ۰$

$\downarrow \quad \downarrow$

۲ ۳

	۲		۳	
+	۰	−	۰	+

$D_f = (-\infty, ۲] \cup [۳, +\infty)$

زهرا سادات حسینی

ب) $x^2-6x+5<0 \to (x-1)(x-5)<0$

ریشه‌ها: 1 , 5

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$D_f=(1,5)$

ج) $x^2+6x+5\geq 0 \to (x+1)(x+5)\geq 0$

-1 , -5

$$\begin{array}{ccccc} & -5 & & -1 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,-5]\cup[-1,+\infty)$

د) $x^2-7x+6\leq 0 \to (x-1)(x-6)\leq 0$

1 , 6

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & & 6 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$D_f=[1,6]$

۲ ۵

الف) $\dfrac{x^2-3x+2}{x-5}<0 \to \dfrac{(x-1)(x-2)}{x-5}<0 \to$

1 , 2 , 5

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & & 2 & & 5 & \\ \hline - & 0 & + & 0 & - & \nexists & + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,1)\cup(2,5)$

ب) $\dfrac{x^2-1}{x^2-6x+5}\geq 0 \to \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-5)}\geq 0$

1 , -1 , 1 , 5

$$\begin{array}{ccccccc} & -1 & & *1 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & \nexists & - & \nexists & + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,-1]\cup(5,+\infty)$

۲ ۶

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-1}}=\sqrt{\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x^2+x+1)}}$

1 , 3 , 1 ; ریشه ندارد

$$\begin{array}{ccccc} & *1 & & 3 & \\ \hline - & \nexists & - & 0 & + \end{array}$$

$D_f=[3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}}=$

$(x-1)(x+1)\neq 0$

1 , -1

$D_f=\mathbb{R}-\{1,-1\}$

زهرا سادات حسینی

(۲) (۷)

الف) $y=\log(x^2-3x) \to x^2-3x>0 \to x(x-3)>0$ ، $x=0$ ، $x=3$

$$\begin{array}{ccccc} & 0 & & 3 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$D_F=(-\infty,0]\cup\{3,+\infty)$

ب) $y=\log_{|x|-2}^{16-x^2} = 0<16-x^2 \to x^2<16 \to -4<x<4$

$0<|x|-2 \to 2<|x| \to 2<x$ ، $x<-2$

$|x|-2\neq 1 \Rightarrow |x|\neq 3 \to x\neq \pm 3$

$D_F=(-4,-2)\cup(2,4)-\{\pm 3\}$

ج) $y=\log_{10-x}^{\frac{x^2-7x+12}{x-3}}$ = ① $\frac{x^2-7x+12}{x-3}>0 \to \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)}>0$

$$\begin{array}{ccccc} & 3^* & & 4 & \\ - & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

② $10-x>0 \to 10>x$

③ $10-x\neq 1 \to 9\neq x$

$D_F=(4,10)-\{9\}$

د) $y=\sqrt{x^2-11x+28}+\log_x^{\sqrt{36-x^2}} = (x-7)(x-4)\geq 0$ ، $x=7$ ، $x=4$

$$\begin{array}{ccccc} & 4 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$\sqrt{36-x^2}>0 \to \sqrt{(6-x)(6+x)}>0$

$$\begin{array}{ccccc} & -6 & & 6 & \\ - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$x>0$

$x\neq 1$ $\qquad D_F=(0,4]-1$

(۸)

$y=\frac{x^2-x}{x^2+x}=\frac{x(x-1)}{x(x+1)}$ ، $x=0$ ، $x=1$ ، $x=0$ ، $x=-1$

$$\begin{array}{ccccccc} & -1 & & 0^* & & 1 & \\ + & 0 & - & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

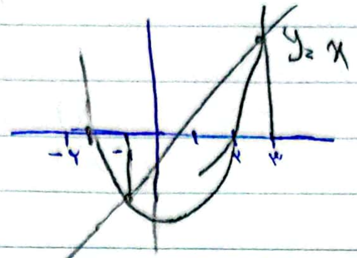
	-1		0		1	
x^2-x	+		+	−		+
x^2+x	+		−	+		+
	+		−	−		+

(۲)

زهرا سادات حسینی

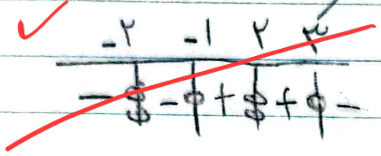
۹

$$y=\sqrt{\frac{x-f(x)}{f(x)}}$$



ریشه ها با توجه به شکل

$-1\ ,\ 3$



~~$D_f=[-1,3]-\{2\}$~~

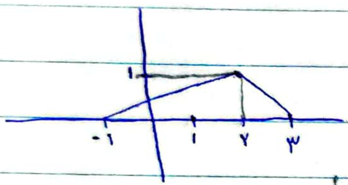
۱

$f(x)\neq 0$

$x\neq 2 , -2$

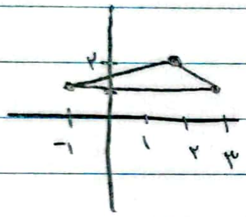
با توجه به شکل، مخرج در نقاط ۲ و ۲- صفر می شود.

۱۰

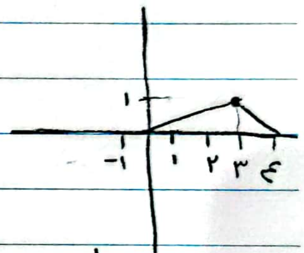


۲

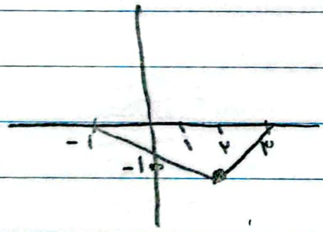
الف) $f(x)+1$



ب) $f(x-1)$



ج) $-f(x)$



د) $f(x+1)+2$