۱) الف)

$y=\sqrt{۴-\sqrt{۲-x}}$ → $۲-x\geq ۰$ ، $x\leq ۲$ ؛ $۴-\sqrt{۲-x}\geq ۰$

$(\sqrt{۲-x})^۲\leq (۴)^۲$

$۲-x\leq ۱۶$

$x\geq ۲-۱۶$ → $x\geq -۱۴$

$D_f=\{x\in R\mid -۱۴\leq x\leq ۲\}$

ب)

$y=\sqrt{۳-\sqrt{x-۲}}$ → $x-۲\geq ۰$ ، $x\geq ۲$ ؛ $۳-\sqrt{x-۲}\geq ۰$

$(۳)^۲\geq (\sqrt{x-۲})^۲$

$۹\geq x-۲$ → $۱۱\geq x$

$D_f=\{x\in R\mid ۲\leq x\leq ۱۱\}$

۲) الف)

$y=\sqrt{۴-۲x^۲}$ → $۴-۲x^۲\geq ۰$

$۴\geq ۲x^۲$ ÷۲ → $۲\geq x^۲$ → $\sqrt{x^۲}\leq \sqrt{۲}$

$|x|\leq \sqrt{۲}$

$D_f=\{x\in R\mid -\sqrt{۲}\leq x\leq \sqrt{۲}\}$

ب)

$y=\sqrt{۳|x|-۹}$ → $۳|x|-۹\geq ۰$

$۳|x|\geq ۹$

$|x|\geq ۳$ ⟨ $x\geq ۳$ ، $x\leq -۳$

$D_f=(-\infty,-۳]\cup[۳,+\infty)$

۳) الف)

$y=\sqrt[۳]{\frac{|x|+۱}{|x|-۳}}$

$|x|-۳\neq ۰$

$|x|\neq ۳$ ⟨ $x\neq ۳$ ، $x\neq -۳$

$D_f=\{x\in R\mid x\neq ۳, x\neq -۳\}$

↓

$D_f=(-\infty,-۳)\cup(-۳,۳)\cup(۳,+\infty)$

ب)

$y=\sqrt[۳]{\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۳}}$ → $x\geq ۰$ ، $\sqrt{x}-۳\neq ۰$

$(\sqrt{x})^۲\neq (۳)^۲$

$x\neq ۹$

$D_f=\{x\in R\mid x\geq ۰, x\neq ۹\}$

↓

$D_f=[۰,۹)\cup(۹,+\infty)$

٤) الف)

$y = \frac{\sqrt{٢-|x|}}{|x|+١}$

$٢-|x| \geq ٠$ ، $|x|+١ \neq ٠$

$٢ \geq |x|$ ، $|x| \neq -١$

$\Downarrow$

$-٢ \leq x \leq ٢$

$D_f = [-٢, ٢]$

ب)

$D_f = \{x \in R \mid -٢ \leq x \leq ٢\}$

ب)

$y = \frac{\sqrt{٤-x^٢}}{|x|-١}$

$٤-x^٢ \geq ٠$ ، $|x|-١ \neq ٠$

$٤ \geq x^٢$ ، $|x| \neq ١$

$\Downarrow$ ، $\Downarrow$

$-٢ \leq x \leq ٢$ ، $x \neq ١$ ، $x \neq -١$

$D_f = [-٢, -١) \cup (-١, ١) \cup (١, ٢]$

ب)

$D_f = \{x \in R \mid -٢ \leq x \leq ٢, x \neq ١, x \neq -١\}$

---

٥) الف)

$y = \frac{x+١}{\sqrt{x+|x|}}$

$x+|x| \geq ٠$ ، $\sqrt{x+|x|} \neq ٠$

$\Downarrow$ ، $\Downarrow$

$x \in R$ ، $x \geq ٠$

$D_f = \{x \in R \mid x \geq ٠\}$

ب)

$D_f = [٠, +\infty)$

ب)

$y = \frac{١}{\sqrt{x|x|}}$

$x|x| \neq ٠$ ، $x|x| \geq ٠$

$\Downarrow$ ، $\Downarrow$

$x \neq ٠$ ، $x \geq ٠$

$D_f = \{x \in R \mid x > ٠\}$

ب)

$D_f = (٠, +\infty)$

---

٦) الف)

$y = \sqrt{٢-[x]}$

$٢-[x] \geq ٠$

$٢ \geq [x] \rightarrow x < ٣$

$D_f = \{x \in R \mid x < ٣\}$

ب)

$D_f = (-\infty, ٣)$

ب)

$y = \frac{١}{\sqrt{٢-[x]}}$

$٢-[x] \geq ٠$ ، $٢-[x] \neq ٠$

$[x] \leq ٢$ ، $[x] \neq ٢$

$\Downarrow$

$x < ٣$

$D_f = \{x \in R \mid x < ٢\}$

ب)

$D_f = (-\infty, ٢)$

۸) الف)

$y = \frac{1}{x[x]}$ $\quad x[x] \neq 0$

$x[x] = 0 \begin{cases} x = 0 \text{ حذف} \\ [x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1 \text{ حذف} \end{cases}$

حذف $[0,1)$!

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \notin [0,1)\}$$

یا

$$D_f = (-\infty, 0) \cup [1, \infty)$$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{-x[x]}}$ $\quad -x[x] \geq 0$ ، $x[x] \neq 0$

هر دو حاصل مثبت باشند: $x \geq 1$ ، $x < 0$

هر دو حاصل منفی باشند: $0 < x < 1$ ، $x > 0$

این دو شرط با هم سازگار نیستند پس:

$$D_f = \emptyset$$

---

۹) الف)

$y = \frac{1}{2\sin^2 x - 1}$ $\quad 2\sin^2 x - 1 \neq 0$

$2\sin^2 x = 1$

$\sin^2 x = \frac{1}{2}$

$\sin x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\sin x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow$

حالت ①: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ در ربع اول دوم:

$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

$x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

حالت ②: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ در ربع سوم و چهارم: $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$

$x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

جواب‌های زیر $\frac{\pi}{4}$ هستند

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq (2n+1)\frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}\}$$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{2\sin^2 x - 1}}$ $\quad 2\sin^2 x - 1 > 0$

$2\sin^2 x > 1$

$\sin^2 x > \frac{1}{2}$

$\sin x > \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin x > \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

حالت ①: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ در ربع اول دوم:

$\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

حالت ②: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ در ربع سوم و چهارم:

$\frac{5\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

$$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{7\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

---

۷) الف)

$y = \sqrt{[x - \frac{1}{3}] + [x + \frac{2}{3}]} \rightarrow [x - \frac{1}{3}] + [x + \frac{2}{3}] \geq 0$

$2[x + \frac{1}{3}] \geq 1$

$[x + \frac{1}{3}] \geq \frac{1}{2} \rightarrow x + \frac{1}{3} \geq 1 \quad x \geq 1 - \frac{2}{3}$

$x \geq \frac{1}{3}$

$$D_f = [\frac{1}{3}, \infty)$$

ب) $y = \sqrt{[x - \frac{1}{3}] + [-x + \frac{1}{3}]} \rightarrow [x - \frac{1}{3}] + [-x + \frac{1}{3}] \geq 0$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x - \frac{1}{3} \in \mathbb{Z}\}$$

حالت ①: $x - \frac{1}{3} \in \mathbb{Z}$ در این حالت عبارت براکت اول را صحیح می‌کند پس شرط ≥ 0 را برآورده می‌کند، پس تمام اعدادی که $x - \frac{1}{3}$ یک عدد صحیح می‌کند جزء دامنه هستند

حالت ②: $x - \frac{1}{3} \notin \mathbb{Z} \rightarrow [x - \frac{1}{3}] + [-x + \frac{1}{3}] = -1$ در این حالت عبارت براکت اول را منفی می‌کند پس شرط ≥ 0 را برآورده نمی‌کند پس هیچ عبارتی که $x - \frac{1}{3}$ یک عدد صحیح می‌کند، جزء دامنه نیستند.

ب)

$y = \frac{\cot x + 1}{\tan x + 1}$ $\rightarrow \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \rightarrow \sin x \neq 0 \rightarrow x \neq K\pi \quad (K \in Z)$

$\rightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \cos x \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + K\pi \quad (K \in Z)$

$\tan x + 1 \neq 0 \rightarrow \tan x \neq -1 \rightarrow x \neq \frac{3\pi}{4} + K\pi$: در این قسمت باید توجه کنیم که

تابع تانژانت گاهی $\sin x = 0$ ، $\cos x = 0$ نباشد پس $x \neq \frac{K\pi}{2}$ و همچنین تابع تانژانت گاهی $\tan x = -1$ نباشد $x \neq \frac{3\pi}{4} + K\pi$

$$D_f = \{x \in R \mid x \neq \frac{K\pi}{2}, x \neq \frac{3\pi}{4} + K\pi, K \in Z\}$$

---

۱۰) الف)

$y = \sqrt{2\sin x - 1}$ $\quad 2\sin x - 1 \geq 0$ $\quad \sin x = \frac{1}{2}$ $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \ (30^\circ) \\ x = \frac{5\pi}{6} \ (150^\circ) \end{cases}$

$2\sin x \geq 1$

$\sin x \geq \frac{1}{2}$

پس مقدار سینوس ساده باید بزرگتر از $\frac{1}{2}$ (در بازه $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$) اعداد پذیرفته است.

$$D_f = \{x \in R \mid \frac{\pi}{6} + 2\pi K \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi K, K \in Z\}$$

ب)

$y = \sqrt{1 - 2\cos x}$ $\quad 1 - 2\cos x \geq 0$ $\quad \cos x = \frac{1}{2}$ $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \ (60^\circ) \\ x = \frac{5\pi}{3} \ (300^\circ) \end{cases}$

$1 \geq 2\cos x$

$\frac{1}{2} \geq \cos x$

پس مقدار کسینوس کوچکتر یا مساوی یک دوم (در بازه $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}]$) اعداد پذیرفته است.

$$D_f = \{x \in R \mid \frac{\pi}{3} + 2K\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{3} + 2K\pi, K \in Z\}$$