نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس ......[illegible]......

۱

الف) $y_1^2 = 2x^2 + x$ ، $y_2^2 = 2x^2 + x$ → $y_1^2 = y_2^2 \to y_1 = y_2$: تابع است

ب) $|y| + x^2 = x + 3 \xrightarrow{x=1} |y| = 3 \to y = \pm 3$ تابع نیست

ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0 \to \sqrt{x-4} = 0 \; \boxed{x=4}$ / $|y-2| = 0 : \boxed{y=2}$ تابع است

د) $x = \cos y \xrightarrow{x=0} k\pi + \frac{\pi}{2}$ $\to (90^\circ, 270^\circ)$ تابع نیست

۲

الف) $y = \frac{x+3}{x^2-4x} = \frac{x+3}{x(x-4)}$ → $\boxed{x=0}$ ، $x-4=0 \to \boxed{x=4}$ ؛ $D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+3}{x^2-7x+16} \to \Delta_{\text{مخرج}} = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4\times16 = -15$ ؛ $D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+3}{x^2+x+4} \to \Delta_{\text{مخرج}} = b^2 - 4ac = 1 - 16 = -15$ ؛ $D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+4}{x^4-4x^2}$

$x^2(x^2-4) = x^2(x-2)(x+2)$

$x^2 = 0 \to x = 0$

$x - 2 = 0 \to x = 2$

$x + 2 = 0 \to x = -2$

$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

۳

الف) $y = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-2}$ ؛ $6 - x \geq 0 \to x \leq 6$ ، $x - 2 \geq 0 \to x \geq 2$

$D_f = [2, 6]$

ب) $\frac{3x+1}{x^2+1}$ ؛ $D_f = \mathbb{R}$

ریشه مخرج $= x^2 + 1 = 0 \to x^2 = -1$ غیرممکن $\to x^2 \neq -1$

ج) $\frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ ؛ $x - 2 \geq 0 \to x \geq 2$ ، $x - 4 = 0 \to x = 4$ ریشه مخرج

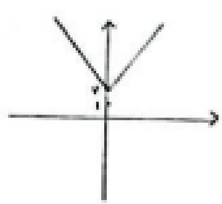
$D_f = [2, +\infty) - \{4\}$

د) $\frac{3x+2}{|x|+x^2}$ ریشه مخرج $\to |x| + x^2 = 0 \to x = 0$

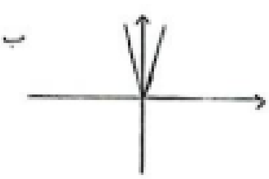
$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

۴

الف

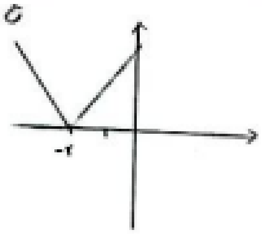


ب

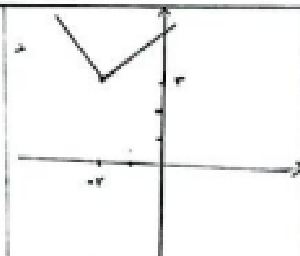


چون $|x|$ در ۲ ضرب می‌شود دهانه نمودار نیز تنگ‌تر جمع‌تر می‌شود

ج

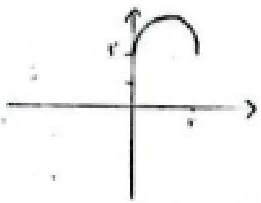


د

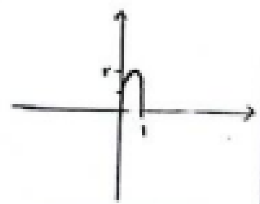


۵

الف

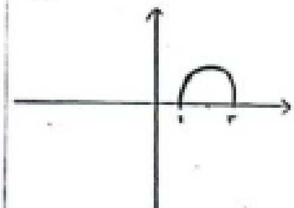


ب

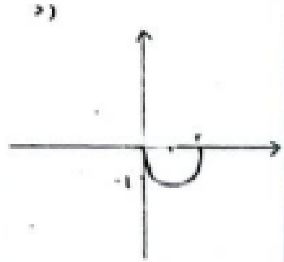


چون $f(x)$ در ۲ ضرب شده دهانه نمودار جمع‌تر می‌شود

ج



د



۶

الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$, $x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$, $x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$

x		۲		۳		۴	
y	−	0	+	0	−	0	+

ب) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$

$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$, $x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$, $x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$

x		۲		۳		۴	
y	+	0	−	0	−	0	+

۷

الف) $y = \dfrac{(x-2)(x-4)}{x-3}$

$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$, $x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$, $x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

x		۲		۳		۴	
y	−	0	+	تعریف نشده	−	0	+

ب) $y = \dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$, $x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$, $x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

x		۲		۳		۴	
y	+	0	−	تعریف نشده	−	0	+

۸

الف) $y = \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x-3}$ ← برای x ... صورت صفر است

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x+2 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2+x-2 \\ x^2-3x+2 & \\ -x^2+x & \\ -2x+2 & \\ +2x-2 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x^2+x-2) = (x-1)(x+2)$

$x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$, $x+2=0 \Rightarrow \boxed{x=-2}$

x		−۲		۱		۳	
y	+	0	−	0	−	تعریف نشده	+

ب) $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$

$x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$, $x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$, $x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

x		۱		۲		۳	
y	+	تعریف نشده	+	0	−	تعریف نشده	+

۹

الف) $y = \dfrac{x^4 - x^2}{x^2+x+2} = \dfrac{x^2(x^2-1)}{x^2+x+2} = \dfrac{x^2(x-1)(x+1)}{x^2+x+2}$

$x^2=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$, $x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$, $x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$

x		−۱		۰		۱	
y	+	0	−	0	−	0	+

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7 < 0$ همواره مثبت، ریشه حقیقی ندارد

ب) $y = \dfrac{x^2+3x+4}{x^2+2x+3}$ ، $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 16 = -7 < 0$ همواره مثبت ($a>0$) ، $D_f = \mathbb{R}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 12 = -8 < 0$ همواره مثبت ($a>0$)

۱۰

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x^3-1}{x^3-x}} \rightarrow \dfrac{x^3-1}{x^3-x} \geq 0$

$x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$ ، $x^3-x = x(x-1)(x+1)$

$\boxed{x=0}$, $x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$, $x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$

x		−۱		۰		۱	
عبارت زیر رادیکال	+	تعریف نشده	−	تعریف نشده	+	تعریف نشده	+

$D_f = (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\dfrac{x^2-16}{x^2-5x+4}}$

$\boxed{x=4}$, $\boxed{x=-4}$

$\dfrac{x^2-16}{x^2-5x+4} \geq 0 \Rightarrow \dfrac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-4)}$

$\boxed{x=1}$, $\boxed{x=4}$

x		−۴		۱		۴	
عبارت زیر رادیکال	+	0	−	تعریف نشده	+	تعریف نشده	+

$D_f = (-\infty, -4] \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$