

(۱) الف تابع هست ✓
 $y^2 - x = 2x^2$ $y^2 = 2x^2 + x \rightarrow$ عدد حقیقی نقطه یک ریشه
 سوم حقیقی دارد

ب) تابع نیست × مثال نقض ✓
 بیانه یک مقدار x «مقدار» $y = -5$
 برای y بدست آوریم $y = 5$
 $|y| + x^2 = x + 3$
 $|y| = x + 3 - x^2 \rightarrow x + 3 - x^2 \geq 0$
 $\Delta = 9 - 4 = 5$ Δ باشد $x + 3 - x^2 = 0 \rightarrow |y| = 5$
 «تقریبی»

ج) تابع هست ✓
 دس «عدد حقیقی» x $y = 2$ $x = 4$
 بیانه $y = 2$
 یک عبارت نقطه بیانه $x = 2$ $y = 2$
 یک جواب در درجه تابع است

د) تابع نیست ×
 $x = \cos y \rightarrow$ مثال نقض: $x = 0 \rightarrow \cos y = 0$
 $y = 90^\circ$
 $y = 270^\circ$
 برای $x = 0$ «مقدار y بدست آوریم»

(۲) الف) $D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$
 $y = \frac{x+1}{x^2-4x} \rightarrow x^2-4x \neq 0 \rightarrow x^2-4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x = 0$
 $x-4 = 0 \Rightarrow x = 4$
 $x \neq 0$
 $x \neq 4$

ب) $y = \frac{x+1}{x^2-7x+12}$ $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 12$
 $\Delta = -15 \rightarrow$ حاد مجزا حقیقی ندارد
 $D_f = (-\infty, +\infty)$ یا $D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+1}{x^2+x+1}$ $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 1 - 4 \times 1 \times 1$
 $\Delta = -3 \rightarrow$ حاد مجزا حقیقی ندارد
 $D_f = (-\infty, +\infty)$ یا $D_f = \mathbb{R}$

د) $D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$
 $D_f = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$

ه) $y = \frac{x+1}{x^2-4x^2} \rightarrow x^2-4x^2 \neq 0 \rightarrow x^2-4x^2 = 0$
 $x^2(x-4) = 0$
 $x^2 = 0 \rightarrow x = 0$
 $x^2-4 = 0 \Rightarrow x = 2$
 $x^2 = 4 \Rightarrow x = -2$
 $x \neq 0$
 $x \neq 2$
 $x \neq -2$

$$y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$$

$$D_f = [2, 4] \quad \text{یا} \quad D_f = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\} \quad \text{الف (3)}$$

$$4-x \geq 0 \\ x \leq 4 \checkmark$$

$$x-2 \geq 0 \\ x \geq 2 \checkmark$$



$$y = \frac{3x+1}{x^2+1}$$

$$x^2+1 \rightarrow x^2 \geq 0 \rightarrow x^2+1 > 0$$

همیشه مثبت است
یعنی برای هر x

$$D_f = (-\infty, +\infty) \quad \text{یا} \quad D_f = \mathbb{R} \quad \text{ب (3)}$$



$$y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$$

$$\textcircled{1} x-2 \geq 0 \\ x \geq 2$$

$$\textcircled{2} x-5 \neq 0 \\ x-5=0 \rightarrow x=5 \\ \downarrow \\ x \neq 5 \quad \checkmark$$

$$D_f = \{x \mid x \geq 2, x \neq 5\} \quad \text{ج (3)}$$

$$D_f = [2, 5) \cup (5, +\infty)$$

$$y = \frac{2x+x^2}{|x|+x^2}$$

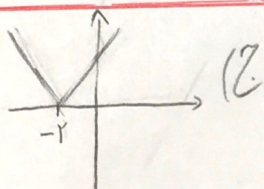
$$|x|+x^2 \rightarrow |x|+x^2 \neq 0$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \quad \text{یا} \quad D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\} \quad \text{د (3)}$$

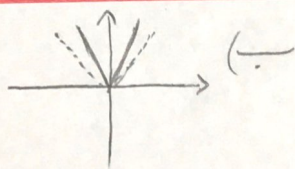
$$\textcircled{1} x \neq 0 \begin{cases} |x| > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow |x|+x^2 > 0$$

$$\textcircled{2} x=0 \begin{cases} |x|=0 \\ x^2=0 \end{cases} \Rightarrow |x|+x^2=0$$

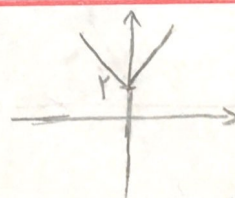
خارج از مرتبه 0، 1 و 2، 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10 و 11 و 12 و 13 و 14 و 15 و 16 و 17 و 18 و 19 و 20 و 21 و 22 و 23 و 24 و 25 و 26 و 27 و 28 و 29 و 30 و 31 و 32 و 33 و 34 و 35 و 36 و 37 و 38 و 39 و 40 و 41 و 42 و 43 و 44 و 45 و 46 و 47 و 48 و 49 و 50 و 51 و 52 و 53 و 54 و 55 و 56 و 57 و 58 و 59 و 60 و 61 و 62 و 63 و 64 و 65 و 66 و 67 و 68 و 69 و 70 و 71 و 72 و 73 و 74 و 75 و 76 و 77 و 78 و 79 و 80 و 81 و 82 و 83 و 84 و 85 و 86 و 87 و 88 و 89 و 90 و 91 و 92 و 93 و 94 و 95 و 96 و 97 و 98 و 99 و 100 و 101 و 102 و 103 و 104 و 105 و 106 و 107 و 108 و 109 و 110 و 111 و 112 و 113 و 114 و 115 و 116 و 117 و 118 و 119 و 120 و 121 و 122 و 123 و 124 و 125 و 126 و 127 و 128 و 129 و 130 و 131 و 132 و 133 و 134 و 135 و 136 و 137 و 138 و 139 و 140 و 141 و 142 و 143 و 144 و 145 و 146 و 147 و 148 و 149 و 150 و 151 و 152 و 153 و 154 و 155 و 156 و 157 و 158 و 159 و 160 و 161 و 162 و 163 و 164 و 165 و 166 و 167 و 168 و 169 و 170 و 171 و 172 و 173 و 174 و 175 و 176 و 177 و 178 و 179 و 180 و 181 و 182 و 183 و 184 و 185 و 186 و 187 و 188 و 189 و 190 و 191 و 192 و 193 و 194 و 195 و 196 و 197 و 198 و 199 و 200 و 201 و 202 و 203 و 204 و 205 و 206 و 207 و 208 و 209 و 210 و 211 و 212 و 213 و 214 و 215 و 216 و 217 و 218 و 219 و 220 و 221 و 222 و 223 و 224 و 225 و 226 و 227 و 228 و 229 و 230 و 231 و 232 و 233 و 234 و 235 و 236 و 237 و 238 و 239 و 240 و 241 و 242 و 243 و 244 و 245 و 246 و 247 و 248 و 249 و 250 و 251 و 252 و 253 و 254 و 255 و 256 و 257 و 258 و 259 و 260 و 261 و 262 و 263 و 264 و 265 و 266 و 267 و 268 و 269 و 270 و 271 و 272 و 273 و 274 و 275 و 276 و 277 و 278 و 279 و 280 و 281 و 282 و 283 و 284 و 285 و 286 و 287 و 288 و 289 و 290 و 291 و 292 و 293 و 294 و 295 و 296 و 297 و 298 و 299 و 300 و 301 و 302 و 303 و 304 و 305 و 306 و 307 و 308 و 309 و 310 و 311 و 312 و 313 و 314 و 315 و 316 و 317 و 318 و 319 و 320 و 321 و 322 و 323 و 324 و 325 و 326 و 327 و 328 و 329 و 330 و 331 و 332 و 333 و 334 و 335 و 336 و 337 و 338 و 339 و 340 و 341 و 342 و 343 و 344 و 345 و 346 و 347 و 348 و 349 و 350 و 351 و 352 و 353 و 354 و 355 و 356 و 357 و 358 و 359 و 360 و 361 و 362 و 363 و 364 و 365 و 366 و 367 و 368 و 369 و 370 و 371 و 372 و 373 و 374 و 375 و 376 و 377 و 378 و 379 و 380 و 381 و 382 و 383 و 384 و 385 و 386 و 387 و 388 و 389 و 390 و 391 و 392 و 393 و 394 و 395 و 396 و 397 و 398 و 399 و 400 و 401 و 402 و 403 و 404 و 405 و 406 و 407 و 408 و 409 و 410 و 411 و 412 و 413 و 414 و 415 و 416 و 417 و 418 و 419 و 420 و 421 و 422 و 423 و 424 و 425 و 426 و 427 و 428 و 429 و 430 و 431 و 432 و 433 و 434 و 435 و 436 و 437 و 438 و 439 و 440 و 441 و 442 و 443 و 444 و 445 و 446 و 447 و 448 و 449 و 450 و 451 و 452 و 453 و 454 و 455 و 456 و 457 و 458 و 459 و 460 و 461 و 462 و 463 و 464 و 465 و 466 و 467 و 468 و 469 و 470 و 471 و 472 و 473 و 474 و 475 و 476 و 477 و 478 و 479 و 480 و 481 و 482 و 483 و 484 و 485 و 486 و 487 و 488 و 489 و 490 و 491 و 492 و 493 و 494 و 495 و 496 و 497 و 498 و 499 و 500 و 501 و 502 و 503 و 504 و 505 و 506 و 507 و 508 و 509 و 510 و 511 و 512 و 513 و 514 و 515 و 516 و 517 و 518 و 519 و 520 و 521 و 522 و 523 و 524 و 525 و 526 و 527 و 528 و 529 و 530 و 531 و 532 و 533 و 534 و 535 و 536 و 537 و 538 و 539 و 540 و 541 و 542 و 543 و 544 و 545 و 546 و 547 و 548 و 549 و 550 و 551 و 552 و 553 و 554 و 555 و 556 و 557 و 558 و 559 و 560 و 561 و 562 و 563 و 564 و 565 و 566 و 567 و 568 و 569 و 570 و 571 و 572 و 573 و 574 و 575 و 576 و 577 و 578 و 579 و 580 و 581 و 582 و 583 و 584 و 585 و 586 و 587 و 588 و 589 و 590 و 591 و 592 و 593 و 594 و 595 و 596 و 597 و 598 و 599 و 600 و 601 و 602 و 603 و 604 و 605 و 606 و 607 و 608 و 609 و 610 و 611 و 612 و 613 و 614 و 615 و 616 و 617 و 618 و 619 و 620 و 621 و 622 و 623 و 624 و 625 و 626 و 627 و 628 و 629 و 630 و 631 و 632 و 633 و 634 و 635 و 636 و 637 و 638 و 639 و 640 و 641 و 642 و 643 و 644 و 645 و 646 و 647 و 648 و 649 و 650 و 651 و 652 و 653 و 654 و 655 و 656 و 657 و 658 و 659 و 660 و 661 و 662 و 663 و 664 و 665 و 666 و 667 و 668 و 669 و 670 و 671 و 672 و 673 و 674 و 675 و 676 و 677 و 678 و 679 و 680 و 681 و 682 و 683 و 684 و 685 و 686 و 687 و 688 و 689 و 690 و 691 و 692 و 693 و 694 و 695 و 696 و 697 و 698 و 699 و 700 و 701 و 702 و 703 و 704 و 705 و 706 و 707 و 708 و 709 و 710 و 711 و 712 و 713 و 714 و 715 و 716 و 717 و 718 و 719 و 720 و 721 و 722 و 723 و 724 و 725 و 726 و 727 و 728 و 729 و 730 و 731 و 732 و 733 و 734 و 735 و 736 و 737 و 738 و 739 و 740 و 741 و 742 و 743 و 744 و 745 و 746 و 747 و 748 و 749 و 750 و 751 و 752 و 753 و 754 و 755 و 756 و 757 و 758 و 759 و 760 و 761 و 762 و 763 و 764 و 765 و 766 و 767 و 768 و 769 و 770 و 771 و 772 و 773 و 774 و 775 و 776 و 777 و 778 و 779 و 780 و 781 و 782 و 783 و 784 و 785 و 786 و 787 و 788 و 789 و 790 و 791 و 792 و 793 و 794 و 795 و 796 و 797 و 798 و 799 و 800 و 801 و 802 و 803 و 804 و 805 و 806 و 807 و 808 و 809 و 810 و 811 و 812 و 813 و 814 و 815 و 816 و 817 و 818 و 819 و 820 و 821 و 822 و 823 و 824 و 825 و 826 و 827 و 828 و 829 و 830 و 831 و 832 و 833 و 834 و 835 و 836 و 837 و 838 و 839 و 840 و 841 و 842 و 843 و 844 و 845 و 846 و 847 و 848 و 849 و 850 و 851 و 852 و 853 و 854 و 855 و 856 و 857 و 858 و 859 و 860 و 861 و 862 و 863 و 864 و 865 و 866 و 867 و 868 و 869 و 870 و 871 و 872 و 873 و 874 و 875 و 876 و 877 و 878 و 879 و 880 و 881 و 882 و 883 و 884 و 885 و 886 و 887 و 888 و 889 و 890 و 891 و 892 و 893 و 894 و 895 و 896 و 897 و 898 و 899 و 900 و 901 و 902 و 903 و 904 و 905 و 906 و 907 و 908 و 909 و 910 و 911 و 912 و 913 و 914 و 915 و 916 و 917 و 918 و 919 و 920 و 921 و 922 و 923 و 924 و 925 و 926 و 927 و 928 و 929 و 930 و 931 و 932 و 933 و 934 و 935 و 936 و 937 و 938 و 939 و 940 و 941 و 942 و 943 و 944 و 945 و 946 و 947 و 948 و 949 و 950 و 951 و 952 و 953 و 954 و 955 و 956 و 957 و 958 و 959 و 960 و 961 و 962 و 963 و 964 و 965 و 966 و 967 و 968 و 969 و 970 و 971 و 972 و 973 و 974 و 975 و 976 و 977 و 978 و 979 و 980 و 981 و 982 و 983 و 984 و 985 و 986 و 987 و 988 و 989 و 990 و 991 و 992 و 993 و 994 و 995 و 996 و 997 و 998 و 999 و 1000



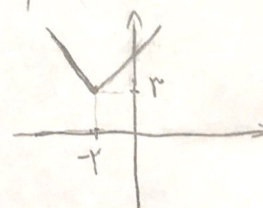
ج (3)



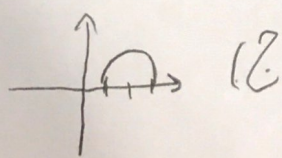
ب (3)



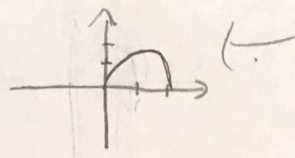
الف (3)



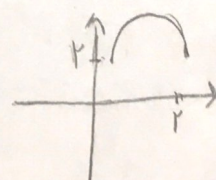
د (3)



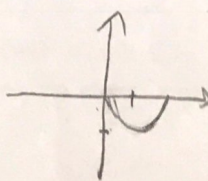
ج (3)



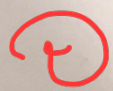
ب (3)



الف (3)



د (3)



$$y = (x-2)(x-3)(x-4)$$

$x=2$
 $x=3$
 $x=4$

x	$(-\infty, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x-2$	-	0	+	+	+	+	+
$x-3$	-	-	-	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)}$	-	0	+	0	-	0	+

(الف) (9)

$y=0 \leftarrow x=2, x=3, x=4$
 $- \oplus + \mid - \oplus +$

$y < 0 \leftarrow 3 < x < 4$
 $y > 0 \leftarrow x > 4$

$y < 0 \leftarrow x < 2$
 $y > 0 \leftarrow 2 < x < 3$

$$y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$$

$x=2$
 $x=3$
 $x=4$

x	$(-\infty, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x-2$	-	0	+	+	+	+	+
$(x-3)^2$	+	+	+	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{(x-2)(x-3)^2}{(x-4)}$	+	0	-	0	-	0	+

$2 \times 3 \times 4$
 $+ \mid - \oplus - \oplus +$

$y < 0 \leftarrow x \in (2, 3) \cup (3, 4)$
 $y > 0 \leftarrow x \in (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
 $y = 0 \leftarrow x=2, x=3, x=4$

$y = \frac{(x-2)(x-3)}{x-4} \rightarrow \frac{x=2}{x=4}$
 $x-3 \rightarrow x=3$

x	$(-\infty, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x-2$	-	0	+	+	+	+	+
$x-3$	-	-	-	-	-	0	+
$x-4$	-	-	-	-	+	+	+
$y = \frac{(x-2)(x-3)}{x-4}$	-	0	+	-	-	0	+

(الف) (V)

$y < 0 \leftarrow x \in (-\infty, 2) \cup (3, 4)$
 $y > 0 \leftarrow x \in (2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y = 0 \leftarrow x \in \{2, 3\}$

$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)^2} \rightarrow \frac{x=2}{x=3}$
 $(x-3)^2 \rightarrow x=3$

x	$(-\infty, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x-2$	-	0	+	+	+	+	+
$x-3$	-	-	-	-	-	0	+
$(x-3)^2$	+	+	+	0	+	+	+
$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)^2}$	+	0	-	0	-	0	+

$y < 0 \leftarrow x \in (2, 3) \cup (3, 4)$
 $y > 0 \leftarrow x \in (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
 $y = 0 \leftarrow x \in \{2, 3\}$

$$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 3}$$

$\downarrow$
 $x = 3$

$$x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2)$$

(الف) مرتبه صورت:

(1)

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

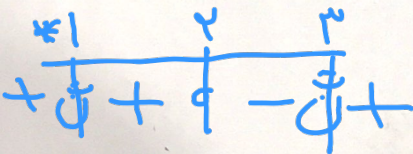
x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 1)$	1	$(1, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$x+2$	-	0	+	+	+	+	+
$(x-1)^2$	+	+	+	0	+	+	+
$\frac{x^3 - 3x + 2}{(x+2)(x-1)^2}$	-	0	+	0	+	+	+
$(x-3)$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x-3}$	+	0	-	0	-	0	+

$$y < 0 \leftarrow x \in (-2, 1) \cup (1, 3) \quad y > 0 \leftarrow x \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$$

$$y = 0 \leftarrow x \in \{-2, 1\}$$

$$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} \rightarrow \frac{x=1}{x=2}$$

$\downarrow$
 $(x-1)(x-2) \rightarrow \frac{x=1}{x=2}$



مرتبه صورت
مرتبه مخرج

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$x+2$	-	0	+	+	+	+	+
$x-1$	-	-	-	0	+	+	+
$x-3$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2}$	-	0	+	مرتبه صورت	-	مرتبه مخرج	+

$$y = 0 \leftarrow x = -2 \quad y > 0 \leftarrow x > 3, -2 < x < 1$$

$$y < 0 \leftarrow 1 < x < 3, x < -2$$

$$y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 2}$$

$$x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) \rightarrow x^2(x+1)(x-1) \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x+1 = 0 \rightarrow x = -1$$

x	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$x+1$	-	+	+	+	+	+
x	-	-	0	+	+	+
$x-1$	-	-	-	-	0	+
$x^2 + x + 2$	+	+	+	+	+	+
y	+	-	0	-	0	+

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 12 = -11$$

$$y > 0 \leftarrow (-1, +\infty) \cup (-\infty, -1)$$

$$y < 0 \leftarrow (-1, 0) \cup (0, 1)$$

$$y = 0 \leftarrow x = 0, x = 1$$

$$y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x + 2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 9 - 12 = -3$$

(الف) تجزیه صورت (دلتا)

صورت کسری حقیقی ندارد (علامت آن همواره + است)

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - 12 = -8$$

صورت کسری حقیقی ندارد (علامت آن همواره + است)

تجزیه صورت (دلتا)

$$y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 - x}} \geq 0$$

$$x^3 - x \neq 0$$

$$x(x^2 - 1) \neq 0$$

$$x(x+1)(x-1) \neq 0$$

$\Downarrow$

$$x \neq -1, x \neq 1, x \neq 0$$

$$\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x(x+1)(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{x^2+x+1}{x(x+1)} \geq 0, x \neq 1$$

(الف) 10

دلتا صورت برابر با 0 است، پس صورت علامت ثابت دارد.

بازه	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$x > 0$
x	-	-	+
$x+1$	-	+	+
$x(x+1)$	+	-	+

$$D_f = (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 12}{x^2 - 2x + 2}} \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 2 \neq 0$$

$$(x-1)(x-2) \neq 0$$

$\Downarrow$

$$x \neq 2, x \neq 1$$

$$x^2 - 12 \rightarrow (x-4)(x+4)$$

$$\frac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-2)} \geq 0$$

$$\frac{x+4}{x-1} \geq 0, x \neq 2$$

بازه	$x < -4$	$-4 < x < 1$	$x > 1$
$x+4$	-	+	+
$x-1$	-	-	+
$\frac{x+4}{x-1}$	+	-	+

$$D_f = (-\infty, -4] \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$$