

تابع است $y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$ استفاده از تعریف یکنواختی

ا) $y^2 - x = 2x^2$ $y_1^2 = 2x_1^2 + x_1$ $y_2^2 = 2x_2^2 + x_2$ $\Rightarrow y_1^2 - y_2^2 = 2(x_1^2 - x_2^2) + (x_1 - x_2)$ $\Rightarrow (y_1 - y_2)(y_1 + y_2) = (x_1 - x_2)(2x_1 + 2x_2 + 1)$ $\Rightarrow |y_1 - y_2| = \frac{|x_1 - x_2|(2x_1 + 2x_2 + 1)}{|y_1 + y_2|}$ $\Rightarrow |y_1 - y_2| < |x_1 - x_2|$ $\Rightarrow y$ تابع نیست

ب) $|y| + x^2 = x + 2$ $\Rightarrow |y| = x + 2 - x^2$ $\Rightarrow y = \pm \sqrt{x + 2 - x^2}$ $\Rightarrow y$ تابع نیست

ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0$ $\Rightarrow \sqrt{x-4} = 0$ $\Rightarrow x = 4$ $\Rightarrow |y-2| = 0$ $\Rightarrow y = 2$ $\Rightarrow y$ تابع است

د) $x = \cos y$ $\Rightarrow y = \arccos x$ $\Rightarrow y$ تابع نیست

دامنه این روابط $\mathbb{R} - \{0, 4\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ا) $y = \frac{x+4}{x^2-4x}$ $x^2-4x=0 \Rightarrow x(x-4)=0 \Rightarrow x=0$ یا $x=4$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+14}$ $x^2-7x+14=0 \Rightarrow \Delta = 49-56 = -7 < 0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4}$ $x^2+x+4=0 \Rightarrow \Delta = 1-16 = -15 < 0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+4}{x^2-4x^2}$ $x^2-4x^2=0 \Rightarrow x^2(1-4)=0 \Rightarrow x=0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

ا) $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ $4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$ $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ $\Rightarrow D_f = [2, 4]$

ب) $y = \frac{x^2+1}{x^2+1}$ $x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-1$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{\sqrt{x-4}}{x-4}$ $x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$ $x-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$ $\Rightarrow D_f = [4, +\infty) - \{4\}$

د) $y = \frac{x^2+4}{|x|+x^2}$ $|x|+x^2=0 \Rightarrow x^2=-|x| \Rightarrow x=0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

ا) $y = |x|$

ب) $y = |x+2| + 3$

ج) $y = 2|x|$

د) $y = |x+2|$

ا) $f(x) + 2$

ب) $2f(x)$

ج) $f(x-1)$

د) $-f(x)$

الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $x-3=0 \Rightarrow x=3$
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 ریشه ها: 2, 3, 4
 به ازای این اعداد

$y > 0: x = (2, 3) \cup (3, 4)$
 $y < 0: x = [2, -\infty) \cup [4, +\infty)$

ب) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $(x-3)^2=0 \Rightarrow x=3$ (تعداد زوج = ریشه ها)
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 از این ریشه داریم

$y > 0: x = (2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y < 0: x = [2, -\infty) \cup [3, 4]$

الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$

ریشه ها
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 $x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $x-3=0 \Rightarrow x=3$
 ریشه زوج = تعریف نشده به ازای 3

$y < 0: x = (2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y > 0: x = [2, 2) \cup [4, +\infty)$

ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

ریشه ها
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 $x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $(x-3)^2=0 \Rightarrow x=3$
 ریشه ها زوج = تعریف نشده به ازای 3

$y < 0: x = (2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y > 0: x = [2, 2) \cup [4, +\infty)$

الف) $y = \frac{x^2-3x+2}{x-3} \rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

1 یکی از ریشه ها $\Rightarrow$ بر $x-1$ بخش پذیر است $\Rightarrow$ مجموع ضرایب 0
 $x^2-3x+2 = (x-1)(x^2+x-2)$
 $x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)(x+1)$
 ریشه ها: $x=1, 2, -1$
 $x^2+x-2=0 \Rightarrow a+b+c=0 \Rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
 $x=2 \rightarrow$ ریشه زوج $\Rightarrow$ تعریف نشده به ازای این مقدار

$y < 0: x = [2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y > 0: x = (-1, -\infty) \cup (1, +\infty)$

ب) $y = \frac{x^2-2x+2}{x^2-4x+3}$

ریشه ها: $x^2-2x+2=0 \Rightarrow a+b+c=0 \Rightarrow$
 $x^2-4x+3=0 \Rightarrow a+b+c=0 \Rightarrow$
 $x=1$
 $x=2$
 $x=3$

$y < 0: x = [2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y > 0: x = (-1, -\infty) \cup (1, +\infty)$

الف) $y = \frac{x^2-2x}{x^2+x+2}$

$\Delta = b^2-4ac \Rightarrow \Delta = 1-4(1)(2) = -7 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$
 هیچ ریشه ندارد
 ریشه ها: $x^2-2x=0 \Rightarrow x(x-2)=0 \Rightarrow x=0, 2$
 $x^2+x+2=0 \Rightarrow \Delta = 1-8 = -7 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$
 هیچ ریشه ندارد

$y < 0: x = [0, 2) \cup (2, +\infty)$
 $y > 0: x = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

ب) $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2+2x+3}$

$\Delta = b^2-4ac \Rightarrow \Delta = 9-12 = -3 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$
 هیچ ریشه ندارد
 ریشه ها: $x^2+3x+2=0 \Rightarrow \Delta = 9-8 = 1 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$
 دو ریشه هم علامت ضرب می شود $\Rightarrow$ صورت همواره +
 و مخرج هم علامت ضرب می شود $\Rightarrow$ صورت همواره +

$y < 0: x = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 $y > 0: x = (-1, 1)$

الف) $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2-2}}$

$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=1, -1$
 $x^2-2=0 \Rightarrow x(x^2-2)=0 \Rightarrow x=0, \pm\sqrt{2}$
 ریشه ها: $x=1, -1, 0, \pm\sqrt{2}$

مفاد $x=1$ ریشه ها
 $x=-1$
 $x=0$

$D_f = (-1, -\infty) \cup (0, +\infty) - \{1\}$

$D_f = (-1, -\infty) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

باید 0 باشد

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}}$

$x^2-4=0 \Rightarrow x(x+2)(x-2)=0 \Rightarrow x=-2, 2$
 $x^2-5x+6=0 \Rightarrow a+b+c=0 \Rightarrow$
 $x=2, 3$

ریشه ها: $x=2, 3$
 $x=1$
 $x=-2$

$y < 0: x = (-2, 2) \cup (3, +\infty)$
 $y > 0: x = (-\infty, -2) \cup (2, 3)$

$D_f = [-2, -\infty) \cup (1, +\infty) - \{2\}$

است 0

$D_f = [-2, -\infty) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$